

Un approccio semplificato per l'analisi di condotte sottomarine installate in trincea

F. Cecinato

Università degli Studi di Milano

G. Della Vecchia

Politecnico di Milano

F. Pisanò

Norwegian Geotechnical Institute, USA

SOMMARIO: L'industria *offshore* riveste un ruolo fondamentale nell'approvvigionamento energetico, con lo sfruttamento di risorse sottomarine e lo sviluppo di articolate infrastrutture di trasporto di fluidi. A questo riguardo, l'installazione e gestione di condotte sottomarine presentano sfide significative, tra cui il processo di sedimentazione della sabbia durante l'installazione in trincea, nell'ambito del quale possono generarsi fenomeni di galleggiamento in grado di influenzare la stabilità e la posizione delle condotte. In questa nota si descrive un modello numerico concepito per simulare la sedimentazione, la consolidazione e la transizione tra i due fenomeni mediante un coefficiente di interazione semplificato, nonché la sua applicazione alla simulazione del problema ingegneristico dell'interazione tra condotte e sabbia di rinterro durante l'installazione in trincea. In questo contesto, il moto della condotta è valutato attraverso l'integrazione numerica dell'equazione di equilibrio dinamico lungo la sola dimensione verticale dello spazio, rappresentando la sezione trasversale del tubo come un punto di massa soggetto a forze variabili nel tempo. Il modello è stato validato attraverso il confronto con dati sperimentali, mostrando un accordo soddisfacente.

1 INTRODUZIONE

L'industria offshore svolge un ruolo cruciale nell'ambito dell'approvvigionamento energetico globale e presenta numerose sfide nel campo dell'ingegneria geotecnica, a causa dell'incremento dello sfruttamento di risorse sottomarine e lo sviluppo di articolate infrastrutture di trasporto di fluidi. Oltre alle notevoli sfide di tipo tecnologico, ve ne sono anche di tipo concettuale, come la necessità di coniugare i principi dell'ingegneria geotecnica con alcuni aspetti tipici dell'ingegneria idraulica. In questo contesto si annoverano il galleggiamento di condotte durante la fase di installazione in trincea legate al processo di sedimentazione di sabbia (Cathie et al., 1996), la sedimentazione e successiva consolidazione di materiali fini nell'ambito delle attività di dragaggio (Felici et al., 2019) e il galleggiamento/sprofondamento di condotte interrato in seguito alla liquefazione del terreno (Pisanò et al., 2020, 2022; Randolph & Gourvenec, 2017). La sedimentazione può essere definita come la deposizione di materiale solido attraverso un fluido, tipicamente aria o acqua, a partire da uno stato di sospensione (Bustos et al., 1999), mentre la consolidazione è la graduale riduzione di volume in un terreno a causa della dissipazione delle pressioni interstiziali (Craig, 2004). Questi processi interconnessi, che avvengono in genere in successione, possono durare da pochi minuti a decenni, a seconda del materiale coinvolto. Si osserva inoltre che, mentre il processo di sedimentazione è caratterizzato dall'assenza di forze interparticellari, la consolidazione è viceversa caratterizzata dalla presenza di catene tensionali ben sviluppate all'interno dello scheletro solido, che permettono lo sviluppo di uno sforzo efficace. La ricerca in questo ambito ha dato luogo a sviluppi teorici in grado di riprodurre in maniera unificata i processi

di sedimentazione e consolidazione (Concha, 2014; Jeeravipoolvarn et al., 2009; Pane & Schiffman, 1985).

In questa nota si propone un approccio monodimensionale in grado di riprodurre numericamente i processi di sedimentazione e consolidazione, nonché l'utilizzo delle previsioni di queste teorie per sviluppare un modello per valutare la stabilità di condotte sottomarine durante la fase di installazione in materiali granulari. Il moto della condotta è valutato attraverso l'integrazione numerica dell'equazione di equilibrio dinamico lungo la sola dimensione verticale dello spazio, rappresentando la sezione trasversale del tubo come un punto di massa soggetto a forze variabili nel tempo.

Il modello numerico di sedimentazione e consolidazione è stato costruito gradualmente, implementando dapprima la teoria di consolidazione in grandi deformazioni di Gibson et al. (Gibson et al., 1967), successivamente validata rispetto alle soluzioni analitiche disponibili in letteratura (Gibson et al., 1981; Lee, 1979). È stato poi implementato un modello più generale a grandi deformazioni, che incorpora la teoria dello *hindered settling* di Kynch (1952). Il modello è stato sviluppato in accordo con la teoria di Pane & Schiffman (1985), che lega sedimentazione e consolidazione introducendo un "coefficiente di interazione" che rappresenta la transizione da uno sforzo efficace nullo (caratteristico del processo di sedimentazione) allo sforzo efficace di Terzaghi. Il modello è stato validato rispetto alla soluzione presentata da Jeeravipoolvarn et al. (2009) ed utilizzato per replicare i dati sperimentali di Been (1980) riguardanti la sedimentazione e consolidazione di materiali coesivi. Infine, il modello è stato utilizzato per la simulazione di una serie di prove sperimentali eseguite presso la TU Delft volte a simulare le operazioni di rinterro di una condotta, come descritto in dettaglio da Eikhout (2021). I dati sperimentali di evoluzione di concentrazione della sospensione sono stati ben riprodotti dal modello descritto, che, se accoppiato con l'equazione di equilibrio dinamico della condotta in direzione verticale, permette anche di stimare in modo affidabile l'evoluzione temporale degli spostamenti della condotta stessa.

2 FORMULAZIONE E VALIDAZIONE DEL MODELLO DI SEDIMENTAZIONE E CONSOLIDAZIONE

2.1 Equazione governante

L'equazione governante che regola sia il processo di sedimentazione che quello di consolidazione in grandi deformazioni è quella proposta da Pane & Schiffman (1985):

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \mp \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_f} - 1 \right) \frac{d}{de} \left(\frac{k}{1+e} \right) \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[- \frac{k}{\gamma_f(1+e)} \beta(e) \frac{d\sigma'}{de} \cdot \frac{\partial e}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[- \frac{k}{\gamma_f(1+e)} \frac{d\beta(e)}{de} \cdot \sigma' \frac{\partial e}{\partial z} \right] \quad (1)$$

dove e è l'indice dei vuoti, γ_f e γ_s il peso di volume del fluido e delle particelle solide, σ' lo sforzo verticale efficace, k la conducibilità idraulica, $\beta(e) \in [0,1]$ il "coefficiente di interazione" e z la coordinata lagrangiana verticale. Quest'ultima, che descrive lo spessore di un elemento di materiale solido, è legata alla coordinata euleriana dalla relazione

$$z(x) = \int_0^x \frac{1}{1+e} dx \quad (2)$$

Si osserva che quando $\beta(e)=0$ l'equazione (1) diventa l'equazione di Kynch che descrive lo *hindered settling*: le particelle sono tra loro così distanti che non è possibile staticamente la formazione di catene di sforzo, e la miscela si comporta come una dispersione. Quando $\beta(e)=1$ si ottiene viceversa l'equazione di consolidazione in deformazioni finite di Gibson et al. (1967): le interazioni statiche tra particelle possono essere espresse tramite il principio degli sforzi efficaci, e la miscela può essere considerata un terreno. A concentrazioni intermedie, la miscela non è più una sospensione, ma non si può ancora considerare un terreno. La velocità del fluido interstiziale è ancora elevata, e le forze di *drag* sono paragonabili alle tensioni efficaci che iniziano a svilupparsi. Tuttavia, da un punto di vista macroscopico, si ritiene l'equazione (1) ancora valida.

2.2 Implementazione numerica

Il modello numerico è stato implementato nel software ad elementi finiti COMSOL Multiphysics in un dominio monodimensionale, in funzione della coordinata lagrangiana z . Si noti che l'equazione di convezione-diffusione (1) si trasforma in un'equazione di convezione semplice quando si affrontano problemi di sedimentazione, per i quali il coefficiente di diffusione è pari a zero.

Per quanto riguarda le condizioni iniziali, si considera uno strato inizialmente omogeneo, cioè con un indice dei vuoti costante lungo la profondità. Al bordo superiore è stata imposta una condizione al contorno di Dirichlet, con indice dei vuoti pari a quello iniziale. Per il bordo inferiore, quando lo si può considerare impermeabile, la corrispondente condizione al contorno (di Neumann) in termini di indice dei vuoti è stata derivata a partire dalla tradizionale condizione al contorno geotecnica in termini di pressione in eccesso $\partial u / \partial z(0, t) = 0$, ottenendo in termini di indice dei vuoti la seguente espressione:

$$\frac{\partial e}{\partial z}(0, t) = \frac{\partial e}{\partial \sigma'}(\gamma_s - \gamma_f) \quad (3)$$

Si osserva che il classico problema di *batch sedimentation* di Kynch (1952), che riguarda una massa solida costante all'interno del dominio, si risolve facilmente utilizzando la coordinata lagrangiana z . Quest'ultima infatti rappresenta fisicamente lo spessore complessivo dei solidi presenti nello strato di sospensione considerato, soddisfacendo automaticamente il bilancio di massa della fase solida. Tuttavia, il caso di interesse ingegneristico riguardante il rinterro subacqueo di una trincea ha richiesto un diverso trattamento numerico per essere riprodotto nel sistema di riferimento lagrangiano. Infatti, questo processo prevede l'immissione graduale di una miscela di sabbia e acqua, a una velocità superiore alla velocità di sedimentazione delle particelle di sabbia, che porta alla formazione di una sospensione nel dominio che circonda il tubo. Per dettagli riguardanti l'implementazione numerica di questa particolare condizione al contorno, si faccia riferimento a (Cecinato et al., 2025; Cecinato & Della Vecchia, 2024). Per quanto riguarda il coefficiente di interazione β , esso è stato rappresentato da una *Step function* implementata nel software di calcolo, caratterizzata dalla continuità delle derivate prima e seconda, migliorando così la stabilità numerica dell'analisi.

2.3 Validazione del codice numerico

L'implementazione del modello è stata validata sia con riferimento alle soluzioni analitiche disponibili per il problema della consolidazione in grandi deformazioni (Di Minico, 2021), sia per il problema numericamente più complesso di sedimentazione-consolidazione di un materiale a grana fine, come quello trattato da Jeeravipoolvarn et al (2009) nel contesto dei bacini di decantazione per il contenimento dei residui di scarto minerari. In Figura 1 è riportato un confronto tra le simulazioni ottenute con il modello descritto al paragrafo 2.2 e quelle ottenute da Jeeravipoolvarn et al (2009), in termini di isocrone dell'evoluzione dell'indice dei vuoti con l'altezza del provino. Si osserva che il modello è in grado di prevedere l'evoluzione temporale dell'interfaccia acqua-sospensione che scende verso il basso, nonché dell'interfaccia sospensione-terreno che si forma dal basso verso l'alto.

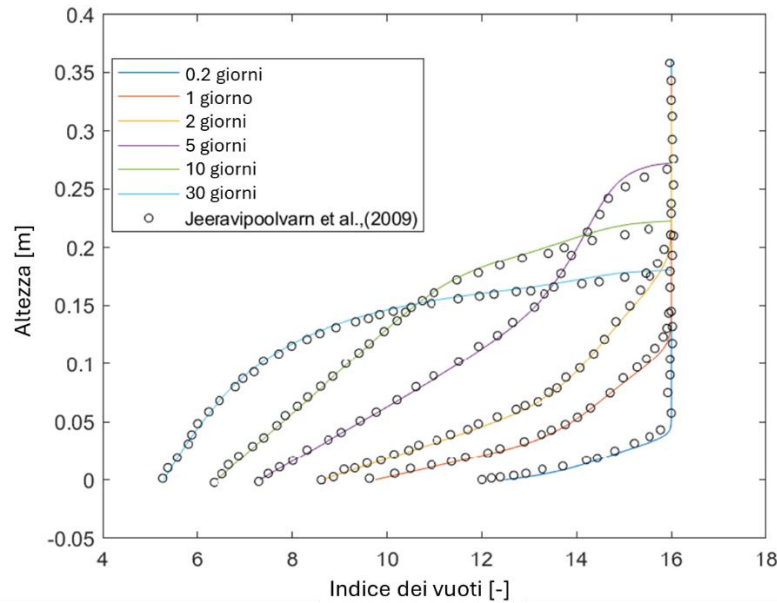


Figura 1. Isocrone dell'indice dei vuoti in funzione dell'altezza del provino per un processo di sedimentazione-consolidazione di un terreno argilloso. Le linee solide rappresentano i risultati della simulazione, i cerchietti i risultati di Jeeravipoolvarn et al (2009).

2.4 Confronto con dati sperimentali

Il modello di sedimentazione-consolidazione è stato quindi utilizzato per riprodurre dati sperimentali pubblicati in letteratura. A tale scopo sono stati selezionati due diversi set di dati sperimentali, con diverse applicazioni ingegneristiche. In primo luogo sono stati riprodotti gli esperimenti di Been (1980) relativi alla compattazione e consolidazione di un fango naturale con un contenuto di argilla del 30%, con potenziali applicazioni nel campo del dragaggio. La Figura 2 mostra le isocrone dell'indice dei vuoti per l'esperimento #6 di Been (1980), che comprende le fasi di sedimentazione, transizione e consolidazione. Il confronto tra i dati sperimentali e le simulazioni dimostra la buona capacità del modello di simulare tutti i processi coinvolti.

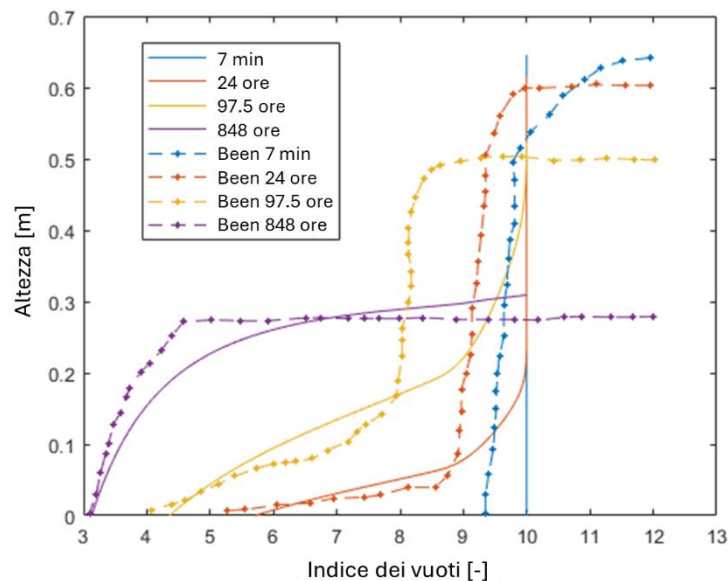


Figura 2. Isocrone dell'indice dei vuoti. Le linee continue rappresentano le simulazioni numeriche, le linee tratteggiate i dati sperimentali dell'esperimento #6 in Been (1980).

Il modello è stato ulteriormente validato riproducendo la prova sperimentale effettuata da Eikhout (2021) utilizzando un modello fisico volto a riprodurre l'interazione sabbia-condotta durante la fase di rinterro sott'acqua. La Figura 3 mostra un confronto tra i profili di concentrazione della sospensione sabbia-acqua C_s (definita come il rapporto tra il volume dei solidi e il volume totale della sospensione) simulati e misurati sperimentalmente lungo la profondità a diversi tempi. Anche in questo caso, il modello è in grado di replicare adeguatamente le evidenze sperimentali. Va osservato che in questo caso specifico, trattandosi di un terreno sabbioso altamente permeabile, la parte più significativa dell'analisi riguarda la sedimentazione, mentre il processo di consolidazione è considerato trascurabile.

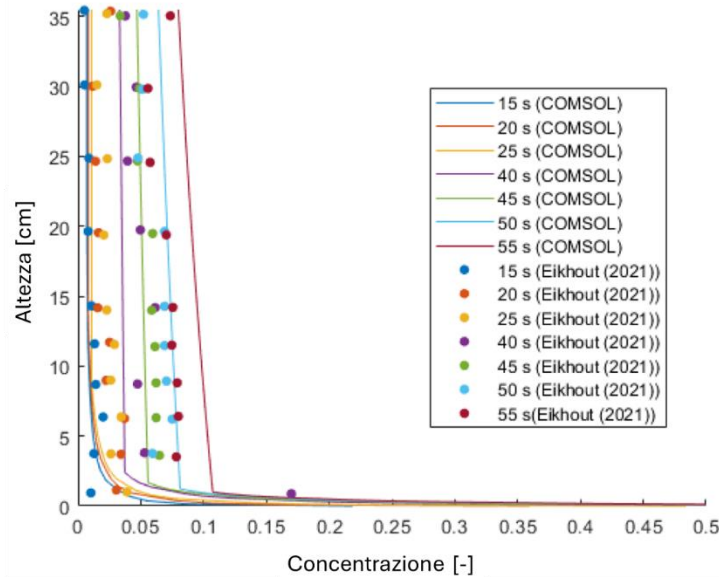


Figura 3. Confronto tra dati sperimentali e simulazioni numeriche del processo di sedimentazione a diversi tempi dall'inizio dell'immissione di sabbia (Eikhout, 2021).

3 APPLICAZIONE PRATICA: IL RINTERRO CON SABBIA DI UNA CONDOTTA SOTTOMARINA

Una delle sfide principali da affrontare durante l'installazione di una condotta è il galleggiamento, che può verificarsi durante il rinterro delle trincee, in particolare con materiali sabbiosi (Cathie et al., 1996). Il galleggiamento della condotta si verifica quando le forze di galleggiamento che agiscono su di essa superano la forza stabilizzante esercitata principalmente dal peso della condotta stessa. Nel seguito verrà presentato un semplice modello monodimensionale, basato sull'equilibrio dinamico della condotta ed informato dall'evoluzione spazio-temporale della concentrazione di particelle solide ottenute dal modello di sedimentazione-consolidazione descritto nella sezione 2. Il modello sarà utilizzato per riprodurre una serie di esperimenti di rinterro di condotte eseguiti presso la TU Delft, come descritto in dettaglio da Eikhout (2021). L'esperimento prevedeva lo scarico stazionario di una miscela di sabbia e acqua al di sopra un tubo rigido di 10 cm di diametro, vincolato a muoversi esclusivamente in verticale a partire dall'attivazione del galleggiamento. Le principali grandezze misurate comprendevano la concentrazione della sospensione (cfr. Figura 3) e gli spostamenti del tubo.

3.1 Equilibrio dinamico della condotta

Si consideri una condotta di diametro D , spessore s e densità ρ_p , adagiata su un fondale marino orizzontale e sommersa da una sospensione terreno-fluido con densità ρ_m , che a sua volta dipende dalla concentrazione C_s della miscela acqua-sabbia e dalla densità ρ_s delle particelle di sabbia. Il moto verticale della condotta in ogni istante temporale può essere determinato attraverso semplici

considerazioni di bilancio della quantità di moto. Assumendo che la presenza del tubo non influisca sulla sedimentazione delle particelle di sabbia durante il rinterro, si può scrivere l'equilibrio dinamico della condotta in funzione dello spostamento verticale $u(t)$ (positivo verso l'alto) del centro della condotta come

$$m\ddot{u} = F_b - mg \mp F_D \quad (4)$$

dove m è la massa della condotta, g l'accelerazione gravitazionale, F_b la forza di galleggiamento, F_D la forza di *drag*, sempre diretta in direzione opposta al moto della condotta e la notazione \dot{x} indica la derivata temporale della variabile x (per i dettagli si faccia riferimento a Cecinato et al., 2025; Cecinato & Della Vecchia, 2024).

Assumendo che la sospensione solido-acqua si comporti come un fluido Bingham (Della Vecchia et al., 2019), il suo comportamento reologico può essere espresso in funzione di due parametri, ovvero lo sforzo di snervamento τ_y e la viscosità η , entrambi dipendenti da C_s . In questo contesto, la forza di *drag* F_D può essere espressa come la somma di una componente plastica F_{Dp} e di una componente viscosa F_{Dv} (Pisanò et al., 2022), come:

$$F_D = F_{Dp} + F_{Dv} = C_D(B_n)\tau_y D + \frac{6.4\eta\dot{u}}{\log(H/D)} \quad (5)$$

dove $C_D(B_n)$ è il coefficiente di resistenza plastica che dipende dal numero di Bingham $B_n = \tau_y D / (\eta\dot{u})$, che esprime il rapporto adimensionale tra le forze di taglio e le forze viscosi, e H rappresenta la larghezza della trincea considerata. Si nota che mentre F_{Dv} entra in gioco solo dopo l'inizio del moto relativo tra sospensione e condotta, il contributo di F_{Dp} rimane sempre presente.

3.2 Confronto con dati sperimentali

L'equazione di equilibrio dinamico (4) è stata integrata tramite un semplice schema di integrazione temporale esplicito ed utilizzata per simulare l'evoluzione temporale dello spostamento della condotta durante il riempimento della trincea. L'evoluzione della concentrazione (esprimibile in funzione dell'indice dei vuoti) nello spazio e nel tempo è stata calcolata tramite il modello descritto nella Sezione 2.

In Figura 4 viene mostrato un confronto tra le simulazioni del modello e i dati sperimentali in termini di spostamento della condotta nel tempo, per i due diversi esperimenti VNL 12 e VNL 17 riportati da Eikhout (2021). L'esperimento VNL12 era caratterizzato da una portata di scarico della sospensione solida di 1,28 L/s con una concentrazione del 25% e un tempo totale di scarico di 60 secondi; l'esperimento VNL17 presentava una portata di scarico di 1,63 L/s, una concentrazione del 24,9% e un tempo totale di scarico di 43 secondi. Le simulazioni del modello mostrano una buona corrispondenza con le misure sperimentali, garantendo un'accurata rappresentazione del fenomeno.

4 CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato presentato un modello in grado di riprodurre i fenomeni di sedimentazione, consolidazione e la transizione tra i due fenomeni, applicabile alla simulazione di diversi problemi ingegneristici nei settori della geotecnica *offshore*, delle colmate, del dragaggio e della gestione di scarti di lavorazione mineraria. Il modello numerico è stato validato riproducendo sia gli esperimenti di Been (1980) relativi alla compattazione e consolidazione di un fango con potenziali applicazioni nei campi del dragaggio, sia quelli di Eikhout (2021) volti a riprodurre l'interazione sabbia-condotta durante la fase di rinterro, con applicazioni nel campo dell'installazione di condutture sottomarine.

Per riprodurre gli esperimenti di Eikhout (2021) è stato utilizzato un semplice modello monodimensionale basato sull'equilibrio dinamico della condotta ed informato dall'evoluzione spazio-

temporale della concentrazione di particelle solide ottenute dal modello di sedimentazione-consolidazione sopra descritto. L'integrazione dell'equazione di equilibrio dinamico lungo la direzione verticale ha consentito di calcolare l'evoluzione dello spostamento della condotta quando posata in una trincea sul fondo marino e sottoposta a riempimento con una sospensione di sabbia. Nonostante le semplificazioni adottate, il modello ha dimostrato di riprodurre con buona precisione le evidenze sperimentali.

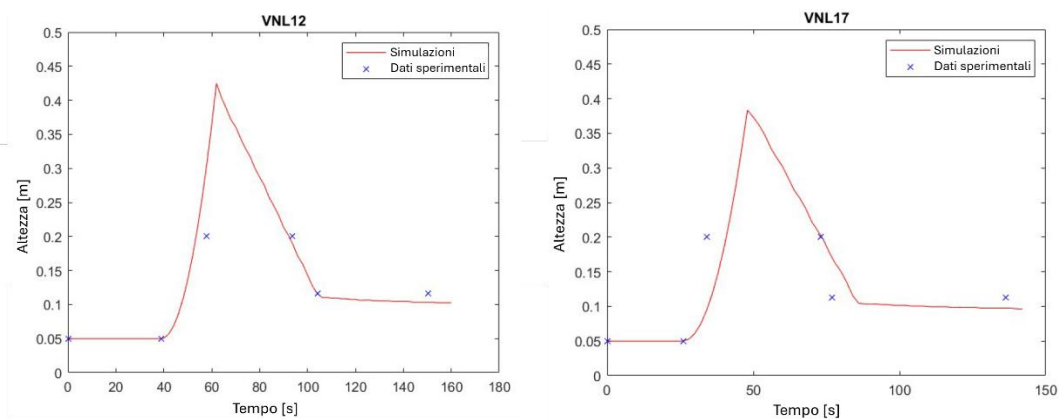


Figura 4. Confronto tra le simulazioni numeriche e i dati sperimentali in termini di spostamento del tubo in funzione del tempo, per gli esperimenti VNL 12 e VNL 17 di Eikhout (2021).

RINGRAZIAMENTI

Gli autori desiderano ringraziare l'ing. Miriam Di Minico e l'ing. Andrea Enrico Grimoldi per il contributo nell'esecuzione delle analisi numeriche nell'ambito delle loro tesi di Laurea Magistrale.

BIBLIOGRAFIA

- Been, K. (1980). *Stress strain behaviour of a cohesive soil deposited under water* [PhD Thesis]. University of Oxford.
- Bustos, M. C., Concha, F., Bürger, R., & Tory, E. M. (1999). Sedimentation and Thickening. In *Sedimentation and Thickening*. Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-94-015-9327-4>
- Cathie, D. N., Machin, J. B., & Overy, R. F. (1996). Engineering appraisal of pipeline flotation during backfilling. *Offshore Technology Conference, OTC-8136*.
- Cecinato, F., & Della Vecchia, G. (2024). A numerical model for the unified analysis of soil sedimentation-consolidation phenomena. *COMSOL Conference 2024 Proceedings*, 1–5.
- Cecinato, F., Della Vecchia, G., & Pisanò, F. (2025). A simplified numerical framework for analysing soil sedimentation-consolidation phenomena. *Manuscript in Preparation*.
- Concha, F. A. (2014). *Solid-liquid separation in the mining industry*. Springer.
- Craig, R. F. (2004). *Craig's soil mechanics*. CRC press.
- Della Vecchia, G., Cremonesi, M., & Pisanò, F. (2019). On the rheological characterisation of liquefied sands through the dam-breaking test. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 43(7), 1410–1425.
- Di Minico, M. (2021). *Finite element analysis of sedimentation and consolidation of soils* [MSc Thesis]. Politecnico di Milano.
- Eikhout, P. (2021). *Offshore Pipeline Flotation during Sand Backfilling with a TSHD: An Experimental Study* [MSc Thesis]. Delft University of Technology.
- Felici, M., Domizi, J., & Fratolocchi, E. (2019). Consolidation of dredged sediments in a confined disposal facility: hydraulic conductivity constitutive relations. *Proceedings of the 8th International Congress on Environmental Geotechnics Volume 1: Towards a Sustainable Geoenvironment 8th*, 288–294.

- Gibson, R. E., England, G. L., & Hussey, M. J. L. (1967). The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays: I. Finite non-linear consolidation of thin homogeneous layers. *Geotechnique*, 17(3), 261–273.
- Gibson, R. E., Schiffman, R. L., & Cargill, K. W. (1981). The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays. II. Finite nonlinear consolidation of thick homogeneous layers. *Canadian Geotechnical Journal*, 18(2), 280–293.
- Jeeravipoolvarn, S., Chalaturnyk, R. J., & Scott, J. D. (2009). Sedimentation-consolidation modeling with an interaction coefficient. *Computers and Geotechnics*, 36(5), 751–761. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2008.12.007>
- Kynch, G. J. (1952). A theory of sedimentation. *Transactions of the Faraday Society*, 48, 166–176.
- Lee, K. (1979). *An analytical and experimental study of large strain soil consolidation* [PhD Thesis]. University of Oxford.
- Pane, V., & Schiffman, R. L. (1985). A note on sedimentation and consolidation. *Géotechnique*, 35(1), 69–72.
- Pisanò, F., Betto, D., Vecchia, G. Della, & Cremonesi, M. (2022). Pipeline flotation in liquefied sand: A simplified transient model. *Ocean Engineering*, 266, 113146.
- Pisanò, F., Cremonesi, M., Cecinato, F., & Vecchia, G. Della. (2020). CFD-based framework for analysis of soil–pipeline interaction in reconsolidating liquefied sand. *Journal of Engineering Mechanics*, 146(10), 4020119.
- Randolph, M., & Gourvenec, S. (2017). *Offshore geotechnical engineering*. CRC press.

ABSTRACT

A SIMPLIFIED APPROACH FOR THE ANALYSIS OF SUBSEA PIPELINES INSTALLED IN TRENCHES

Keywords: suspension, sedimentation-consolidation, pipeline-sand interaction, trench backfilling

The offshore industry plays a crucial role in energy supply, with the exploitation of subsea resources and the development of complex fluid transport infrastructure. However, the installation and management of subsea pipelines poses significant challenges, including the sand sedimentation process during trench backfilling, where buoyancy phenomena can occur affecting the stability of the pipelines. This article describes a numerical model able to simulate sedimentation, consolidation, and the transition between the two phenomena using a simplified interaction coefficient, as well as its application to simulate the engineering problem of interaction between pipelines and backfilling sand during subsea installation. In this context, pipeline motion is evaluated by numerically integrating the dynamic equilibrium equation along the vertical dimension of space, representing the pipeline cross-section as a mass point subject to time-varying forces. The model was validated through comparison with experimental data, showing satisfactory agreement.