

SULLA MODELLAZIONE DI SABBIE LIQUEFATTE COME FLUIDI NON NEWTONIANI

Gabriele Della Vecchia, Massimiliano Cremonesi
Politecnico di Milano

gabriele.dellavecchia@polimi.it, massimiliano.cremonesi@polimi.it

Francesco Cecinato
Università di Trento

francesco.cecinato@unitn.it

Federico Pisanò
Delft University of Technology
f.pisano@tudelft.nl

Sommario

Le conseguenze catastrofiche della liquefazione di sabbie sono ben documentate in letteratura e riguardano molti ambiti dell'ingegneria geotecnica. L'incremento delle sovrappressioni associate all'insorgere della liquefazione fa sì che il terreno liquefatto abbia un comportamento meccanico assimilabile a quello di un fluido viscoso non-newtoniano. E' possibile quindi ottenere previsioni riguardanti i flussi di terreni liquefatti e la loro interazione con strutture attraverso l'utilizzo di procedure numeriche legate alla fluidodinamica. In questa nota si presenta l'applicazione di un metodo numerico recentemente sviluppato per applicazioni nell'ambito dell'interazione fluido-struttura (Particle Finite Element Method, PFEM) allo scopo di simulare il comportamento di sabbie liquefatte, il cui comportamento reologico è assimilato a quello di un fluido alla Bingham. In particolare, sarà presentata una procedura per la calibrazione dei parametri del materiale attraverso l'analisi a ritroso di prove di dam breaking in piccola scala e un'applicazione riguardante l'interazione tra condotte sottomarine e il terreno liquefatto circostante.

1. Introduzione

Il termine liquefazione è utilizzato per descrivere la perdita di resistenza a taglio e di rigidità che caratterizza le sabbie sciolte come conseguenza di carichi monotoni o ciclici in condizioni non drenate. Il fenomeno è causato dalla crescita della pressione dei pori, che a sua volta induce una riduzione dello sforzo efficace, portando il terreno a comportarsi come un fluido viscoso, almeno fino a quando lo stato solido non viene recuperato attraverso il drenaggio dell'acqua interstiziale (riconsolidazione). Le conseguenze catastrofiche della liquefazione di sabbie sono ben documentate in letteratura e riguardano ogni ambito dell'ingegneria geotecnica, tra cui il collasso di fondazioni di edifici e ponti, eventi franosi, rotture di dighe in terra e sprofondamento/galleggiamento di condotte interrato. Al fine di prevedere l'insorgere della liquefazione, in letteratura sono stati proposti molti modelli costitutivi, che tuttavia non si rivelano adatti per la simulazione del comportamento del terreno fluido una volta liquefatto. A questo scopo, gli approcci presenti in letteratura per prevederne l'evoluzione spazio-temporale ricadono nell'ambito della fluido-meccanica computazionale (metodi ai volumi finiti, CIP, SPH). In questo lavoro si propone l'utilizzo del metodo PFEM (Particle Finite Element Method), caratterizzato da un approccio lagrangiano particolarmente adatto alla simulazione di problemi di interazione fluido-struttura con superficie libera. Il materiale liquefatto è modellato come un fluido non Newtoniano con una reologia di tipo Bingham: il materiale non può fluire se lo sforzo deviatorico giace al di sotto di una soglia di snervamento τ_y ; una volta superata questa soglia, lo sforzo deviatorico e la velocità di deformazione

sono legati da una relazione lineare la cui pendenza è detta viscosità. Nel seguito sono proposte le equazioni governanti il fenomeno e alcuni cenni sulla loro integrazione numerica. Si propone quindi una strategia per calibrare i parametri reologici del materiale sulla base di analisi a ritroso di prove di dam breaking. Si mostrano infine alcune simulazioni numeriche volte a riprodurre il galleggiamento di una condotta interrata in terreno liquefatto.

2. Equazioni di campo e legge costitutiva

Tutte le simulazioni numeriche svolte nell'ambito di questo lavoro sono state effettuate attraverso il codice PFEM nella versione implementata da Cremonesi et al (2010). Si assume che il terreno liquefatto fluisca come un fluido viscoso incompressibile nell'intervallo di tempo $(0, T)$ rispettando il bilancio della quantità di moto (eq. 1a) e di massa (eq. 1b), imposti attraverso le equazioni di Navier-Stokes sul volume in movimento Ω_t :

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \sigma_{ij,i} + \rho b_i \quad \text{in } \Omega_t \times (0, T) \quad (1a)$$

$$u_{i,i} = 0 \quad \text{in } \Omega_t \times (0, T) \quad (1b)$$

Du_i/Dt rappresenta la derivata materiale del vettore velocità u_i , σ_{ij} il tensore di sforzo di Cauchy, ρ la densità e b_i il vettore delle forze di volume. Il tensore degli sforzi σ_{ij} può essere decomposto nella sua componente isotropa p e deviatorica s_{ij} , secondo la relazione

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + s_{ij}, \quad (2)$$

dove δ_{ij} rappresenta il tensore identità. La formulazione scelta per descrivere il comportamento reologico della sabbia liquefatta è quella proposta da Bingham, che in condizioni uniassiali è generalmente espressa dal seguente legame tra lo sforzo di taglio τ e la velocità di deformazione angolare $\dot{\gamma}$:

$$\tau = \tau_y + \eta\dot{\gamma}, \quad (3)$$

dove η e τ_y sono i due parametri del materiale che rappresentano rispettivamente la viscosità e la soglia di snervamento del terreno liquefatto. La generalizzazione multi-assiale dell'equazione (3) si può facilmente ottenere sostituendo allo sforzo di taglio e alla velocità di deformazione angolare l'invariante secondo del deviatore degli sforzi e della componente deviatorica del tensore velocità di deformazione. La discretizzazione spaziale delle equazioni è effettuata attraverso il classico approccio Elementi Finiti alla Galerkin con interpolazione nodale lineare sia del campo delle pressioni che delle velocità. Si effettua l'integrazione nel passo temporale attraverso uno schema di integrazione implicito di tipo Eulero all'indietro. Secondo il classico approccio PFEM, quando necessario la mesh di calcolo viene rigenerata, allo scopo di ridurre la sua distorsione conseguente alle grandi deformazioni trattate dal punto di vista lagrangiano. Dal punto di vista geotecnico, l'ipotesi di fluido incompressibile implica un approccio analogo a quello agli 'sforzi totali': non si effettua alcuna distinzione tra fasi solida e fluida, e si impone il vincolo di volume costante alla massa in movimento.

3. Una strategia per la calibrazione del modello di Bingham

Come in ogni problema di ingegneria geotecnica, anche nel caso di terreni liquefatti la caratterizzazione meccanica del materiale ricopre un ruolo critico. Dal momento che la letteratura non fornisce informazioni utili a legare in modo univoco le caratteristiche reologiche delle sabbie liquefatte allo stato del materiale precedente alla liquefazione (es. densità relativa, mineralogia, stato tensionale in sito - si veda ad esempio Hwang et al. (2006)) e l'analisi a ritroso di casi alla scala reale non consente una

calibrazione affidabile, l'attività di laboratorio assume un ruolo decisivo. Il comportamento reologico di terreni allo stato fluido è spesso studiato attraverso appositi strumenti (reometri o viscosimetri), ma questi non possono facilmente essere utilizzati per caratterizzare i materiali a grana grossa. Inoltre, gli apparati sperimentali devono essere tali da consentire la liquefazione della sabbia attraverso una sollecitazione ciclica. Per questo motivo, l'approccio più utilizzato consiste nell'effettuare prove di laboratorio in piccola scala (es. Brezzi et al, 2017). Tra queste, le prove di dam breaking costituiscono una soluzione semplice e veloce, da cui la vasta diffusione in letteratura (es. Huang et al., 2011). La prova consiste nell'indurre la liquefazione di una massa di sabbia sciolta satura contenuta in un cassone (altezza iniziale H_0 , larghezza iniziale L_0), rimuovendo successivamente una parete e lasciando il materiale libero di fluire su di un piano orizzontale o inclinato. L'immagine della massa in movimento è registrata digitalmente e il comportamento del materiale descritto dall'andamento nel tempo della posizione L del piede (il punto più a valle a contatto con la base) della massa fluida in movimento oppure, qualitativamente, con l'andamento della superficie libera. La simulazione dell'andamento temporale della posizione del piede della prova sperimentale di dam breaking presentata da Huang et al. (2011) è mostrata in Figura 1. Come è evidente, una volta fissata la densità del materiale $\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$, è possibile identificare diversi set di parametri che permettono di simulare con la stessa precisione i dati sperimentali, ad esempio le coppie ($\tau_y = 100 \text{ Pa}$, $\eta = 200 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) e ($\tau_y = 50 \text{ Pa}$, $\eta = 300 \text{ Pa}\cdot\text{s}$). Questo tipo di risultato sperimentale non permette una determinazione univoca dei due parametri del modello di Bingham, dal momento che nell'ambito dei tempi caratteristici delle prove di dam breaking entrambi influenzano sia la risposta iniziale del materiale che il valore finale della posizione del piede. Infatti, seppur teoricamente si possa dimostrare che il valore asintotico di L dipenda esclusivamente dalla soglia di snervamento e non dalla viscosità, questo valore è raggiunto per tempi non compatibili con quelli per i quali il terreno rimane fluido. Allo scopo di fornire una procedura per la stima di una coppia univoca di valori di viscosità e sforzo di snervamento per sabbie liquefatte, si propone una procedura di calibrazione basata sulla misura della pressione del fluido in un punto P appartenente ad un ostacolo posto ad una altezza h_P dalla base e a una distanza d_P dalla parete mobile (Figura 2). Questa procedura è particolarmente utile nel caso di riconsolidazione rapida del terreno. La Figura 3 mostra una simulazione numerica dell'evoluzione temporale della pressione del fluido nel punto P, p_P , per diverse viscosità ed uno sforzo di snervamento $\tau_y = 20 \text{ Pa}$. Come atteso, dal momento che un incremento di viscosità implica una minore velocità del fluido, il tempo necessario per il raggiungimento dell'ostacolo nel punto P, Δt_P , cresce al crescere della viscosità. Tuttavia, è possibile dimostrare come Δt_P dipenda anche dalla soglia di snervamento τ_y . La Figura 3 mostra anche che il valore finale della pressione p_P , raggiunto dopo pochi secondi e quindi compatibile con lo stato fluido del materiale, non dipende dalla viscosità, ma solo da τ_y . Infatti il solo valore di τ_y influenza la configurazione finale della massa liquefatta in termini di pendenza limite della superficie libera e quindi della altezza della massa in P. Allo scopo di normalizzare i risultati ottenuti rispetto alla geometria iniziale della massa liquefatta e della sua densità, si suggerisce infine una forma adimensionale della relazione individuata tra pressione in P e soglia di snervamento, attraverso l'introduzione delle due variabili pressione adimensionale p^* e numero di Bingham B , definiti come:

$$p^* = \frac{p}{\rho g H_0} \quad (4a)$$

$$B = \frac{\tau_y}{\rho g H_0} \frac{L_0}{H_0} \quad (4b)$$

La Figura 4 mostra come la normalizzazione proposta sia in grado di tenere in conto anche diverse densità del materiale, fornendo una procedura di calibrazione che permetta di stimare in modo univoco la soglia di snervamento e la viscosità del materiale, basandosi sui seguenti passi:

1. Stima del valore di τ_y sulla base del valore asintotico di p_P sull'ostacolo. Data la linearità tra le variabili adimensionali mostrate in Figura 5, due sole simulazioni numeriche sono sufficienti a

determinare la retta di calibrazione;

- Una volta identificato il valore di τ_y , la viscosità può essere stimata sulla base del tempo Δt_p necessario affinché la massa fluida raggiunga l'ostacolo.

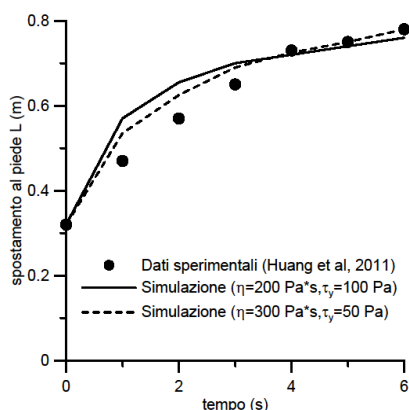


Fig 1. Posizione del piede nel tempo: simulazioni PFEM e dati sperimentali (Huang et al, 2011)

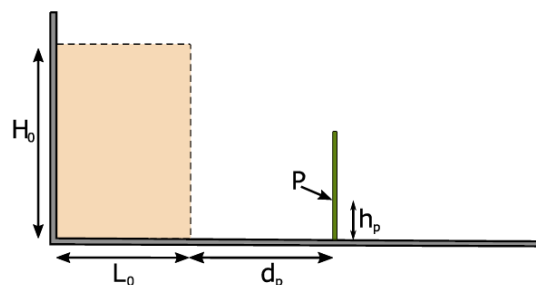


Fig 2. Prova di dam breaking con ostacolo: posizione iniziale della massa fluida e identificazione del punto P

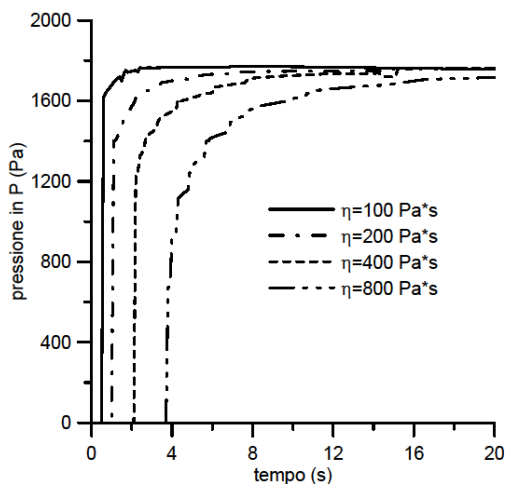


Fig 3. Evoluzione temporale della pressione del fluido in P per $\tau_y=20 \text{ Pa}$ al variare della viscosità

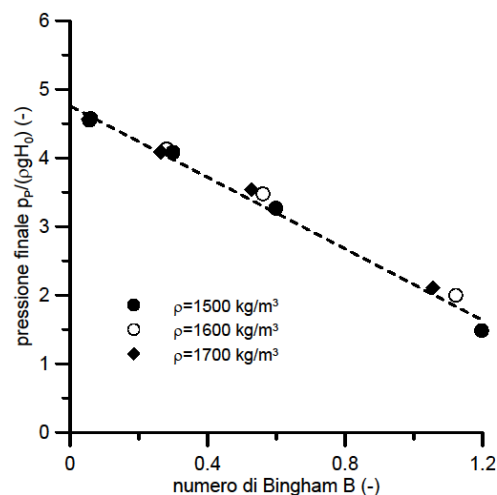


Fig 4. Legame adimensionale tra pressione finale nel punto P e soglia di snervamento

4. Applicazione ingegneristica: il comportamento di condotte interrate in sabbia liquefatta

Si propone di seguito un'applicazione del modello presentato, volta a simulare l'interazione tra una condotta interrata sottomarina e il terreno liquefatto. Le condotte sottomarine sono spesso stabilizzate attraverso la posa in trincee, successivamente riempite con terreni a grana grossa non compattati, e quindi caratterizzati da una densità relativa molto bassa. Ciò rende tali materiali suscettibili al fenomeno della liquefazione, indotta da sollecitazioni cicliche dovute a vibrazioni meccaniche, a terremoti o all'azione del moto ondoso. A causa della liquefazione del terreno circostante, la condotta è soggetta a spostamenti significativi dovuti a sprofondamento o a galleggiamento. L'interazione tra la condotta e il terreno liquefatto è simulata attraverso il modello numerico descritto nella sezione 2: l'analisi fluidodinamica è in questo caso accoppiata in modo debole ad una analisi di consolidazione non-lineare allo scopo di riprodurre l'evoluzione temporale dello spostamento della condotta ottenuto sperimentalmente da Horsten (2016).

4.1 Il modello numerico

La simulazione del galleggiamento della condotta è stata effettuata a partire da una condizione iniziale di completa liquefazione, in condizioni di deformazione piana, rappresentando la condotta come un corpo rigido circolare e l'interazione fluido-struttura con uno schema Dirichlet-Neumann. L'effetto tridimensionale dell'estremo vincolato della condotta è stato modellato nella simulazione 2D attraverso una forza di richiamo elastico proporzionale allo spostamento verticale della condotta, introdotta nell'equazione del moto rigido che descrive l'interazione fluido-struttura. E' tuttavia noto che per riprodurre il galleggiamento di una condotta in terreno liquefatto non è possibile trascurare gli effetti legati alla riconsolidazione del materiale. Tenere conto della consolidazione implicherebbe la modellazione del materiale come un mezzo bifase governato dall'evoluzione dello sforzo efficace. Tuttavia, vista l'attuale assenza di modelli costitutivi in grado di riprodurre la transizione da stato fluido a stato solido all'interno di un'unica cornice concettuale, in questa nota si propone un approccio semplificato che consenta la simulazione del fenomeno nell'ambito della fluidodinamica computazionale. L'approccio è basato sulle seguenti ipotesi:

1. La sabbia liquefatta, durante la riconsolidazione, può essere simulata come un fluido di tipo Bingham con proprietà reologiche τ_y e η che evolvono nel tempo e nello spazio;
2. L'evoluzione delle proprietà reologiche è governata dall'evoluzione spazio-temporale della pressione interstiziale in eccesso nel 'vero' materiale bifase;
3. La dissipazione della pressione interstiziale e la reologia del fluido sono legate attraverso un approccio semi-accoppiato, che prevede in ogni intervallo temporale innanzitutto la soluzione di un problema di consolidazione non lineare monodimensionale, i cui effetti su τ_y e η sono introdotti conseguentemente nelle simulazioni fluidodinamiche.

Trascurando la presenza della condotta, la dissipazione delle sovrappressioni interstiziali $u_e(z, t)$ nel terreno sono simulate attraverso un processo di consolidazione non-lineare, descritto dall'equazione:

$$\frac{E}{\rho g} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial u_e}{\partial z} \right) = \frac{\partial u_e}{\partial t}, \quad (5)$$

dove sia la rigidità monodimensionale E che la conducibilità idraulica k dipendono dall'indice dei vuoti e dallo stato tensionale efficace, secondo le seguenti relazioni descritte in Muir Wood (2009) e Adamidis & Madabhushi (2016):

$$\frac{E}{\sigma'_{ref}} = \chi \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{ref}} \right)^\alpha \quad (6a)$$

$$k = C \frac{e^3}{(1+e)} (1 + 0.2 \exp(-100\sigma'_v)) \quad (6b)$$

σ'_v rappresenta lo sforzo verticale efficace, e l'indice dei vuoti, χ , α e C delle costanti da determinarsi sperimentalmente. Una volta determinata l'evoluzione della pressione in eccesso e sotto l'ipotesi di processo di consolidazione che avviene a pressione media totale costante ($\Delta p = 0$), l'incremento della soglia di snervamento legato alla riconsolidazione si stima come

$$\Delta \tau_y = - \frac{M}{\sqrt{3}} \Delta u_e \quad (7)$$

dove M è la pendenza della linea di stato critico nel piano sforzo deviatorico – sforzo isotropo. Per quanto riguarda l'evoluzione della viscosità, essa è assunta esser legata all'indice dei vuoti corrente attraverso la relazione empirica di Pierson & Costa (1987).

L'esperimento di Horsten (2106) condotto presso Deltares (Delft, Paesi Bassi), in cui un deposito di sabbia satura (all'interno del quale giace una condotta fissata ad una delle pareti) è indotto a liquefare attraverso una sollecitazione meccanica, è stato simulato utilizzando i valori di densità e permeabilità

iniziale misurati da Horsten (2016) e scegliendo i valori delle costanti χ , α e C all'interno degli intervalli considerati ragionevoli per una sabbia sottoposta a riconsolidazione (cfr. Muir Wood, 2009 e Adamidis & Madabhushi, 2016). In Fig. 5 sono riportati gli andamenti nel tempo delle sovrappressioni interstiziali simulati a confronto con quelli misurati da trasduttori posti a quattro diverse profondità durante il processo di riconsolidazione. In Fig. 6 è riportata l'evoluzione temporale dello spostamento della condotta ottenuto sperimentalmente a confronto con la simulazione. Le figure evidenziano le buone capacità predittive del modello proposto.

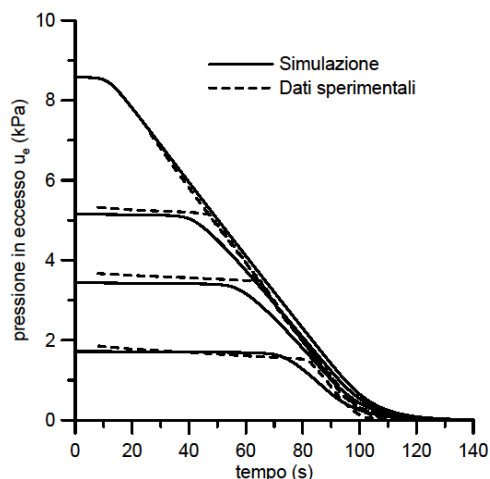


Fig 5. Simulazioni e misure delle sovrappressioni interstiziali nel tempo durante la riconsolidazione.

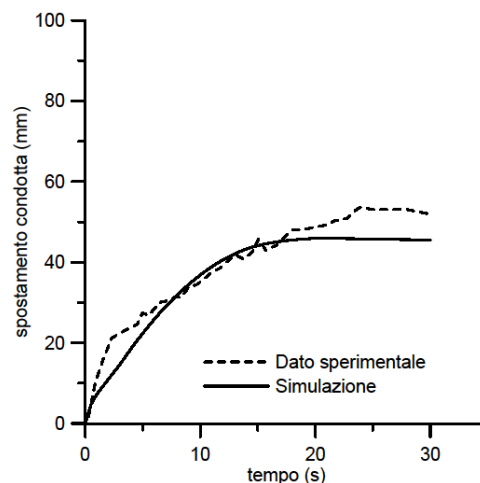


Fig 6. Simulazione e misura dello spostamento della condotta nel tempo durante la riconsolidazione.

Considerazioni conclusive

Allo stato attuale, la fluidomeccanica computazionale è l'unico approccio in grado di riprodurre il comportamento di terreni allo stato fluido. Nella nota si propone l'estensione di questa cornice concettuale a problemi geotecnici, mostrando una strategia per la caratterizzazione delle sabbie dal punto di vista reologico e per tenere in conto in simulazioni fluidodinamiche del fenomeno della riconsolidazione.

Bibliografia

- Adamidis O., Madabhushi, G. S. P. (2016). "Post-liquefaction reconsolidation of sand". *Proc. R. Soc. A*, 472, 20150745.
- Brezzi L., Cola S., Gabrieli F., Gidoni, G. (2017). "Spreading of kaolin and sand mixtures on a horizontal plane: physical experiments and SPH numerical modelling". *Procedia Engineering* 175, 197-203.
- Cremonesi M., Frangi A., Perego U. (2010). "A Lagrangian finite element approach for the analysis of fluid-structure interaction problems". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 84(5), 610-630.
- Della Vecchia G., Cremonesi M., Viti A., Pisanò F. (2018). "On the rheological characterisation of liquefied sands through the dam breaking test". *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, in revisione.
- Huang Y., Zhang W., Mao W., Jin, C. (2011). "Flow analysis of liquefied soils based on smoothed particle hydrodynamics". *Natural hazards* 59(3), 1547-1560.
- Hwang J. I., Kim C. Y., Chung C. K., Kim M. M. (2006). "Viscous fluid characteristics of liquefied soils and behavior of piles subjected to flow of liquefied soils". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 26(2-4), 313-323.
- Muir Wood D. (2009). *Soil Mechanics: a one-dimensional introduction*. Cambridge University Press.
- Pierson T. C., Costa, J. E. (1987). "A rheologic classification of subaerial sediment-water flows. Debris flows /avalanches: process, recognition, and mitigation". *Reviews in Engineering Geology* 7, 1-12.