

# UNA PROCEDURA ANALITICA PER STIMARE LO STATO DI SFORZO IN SITU A PARTIRE DA DATI DI SCAVO DI POZZO

Giulia Scelsi (giulia.scelsi@polimi.it)

Politecnico di Milano - Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale

Gabriele Della Vecchia (gabriele.dellavecchia@polimi.it)

Politecnico di Milano - Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale

**ABSTRACT.** La conoscenza dello stato di sforzo in formazioni rocciose è fondamentale per molte applicazioni ingegneristiche, geologiche e geofisiche. La sua determinazione richiede la valutazione dei tre sforzi principali e delle direzioni principali associate, tuttavia è ampiamente riconosciuto in letteratura che la componente che presenta maggiori difficoltà di stima accurata sia lo sforzo orizzontale massimo. Il presente lavoro propone una procedura analitica per individuare dei limiti allo sforzo orizzontale principale massimo a partire da informazioni locali alla scala di pozzi perforati in formazioni rocciose. La procedura necessita solamente di dati semplici da determinare e generalmente disponibili nel contesto delle applicazioni ingegneristiche. L'approccio è applicato ad un caso di studio presentato in letteratura e validato attraverso il confronto con i risultati di simulazioni numeriche eseguite con un codice agli elementi finiti che simula il comportamento dei geomateriali attraverso un legame costitutivo avanzato.

## 1. INTRODUZIONE

La conoscenza dello stato tensionale in situ, detto in questo contesto anche stato tensionale *far-field*, è fondamentale per progettare le strutture sotterranee, gli interventi di estrazione petrolifera e mineraria e lo sfruttamento di energia geotermica. Solitamente lo stato di sforzo nel sottosuolo è definito in termini di sforzi e direzioni principali. Si assume nella maggior parte dei casi che una componente principale di sforzo derivi dall'azione della gravità e che quindi sia orientata verticalmente; le altre componenti necessarie per la definizione univoca del tensore degli sforzi risultano di conseguenza orizzontali. Nel seguito si indicherà con  $S_v$  lo sforzo verticale, con  $S_H$  lo sforzo orizzontale massimo e con  $S_h$  lo sforzo orizzontale minimo. In ambito ingegneristico la letteratura suggerisce che la componente tensionale di più difficile determinazione sia lo sforzo orizzontale principale massimo, poiché lo sforzo principale verticale può essere facilmente determinato a partire dal profilo di densità del terreno e quello orizzontale minimo attraverso prove di fratturazione idraulica in pozzo. Pertanto nel seguito si propone una metodologia analitica in quattro fasi per la stima di  $S_H$ , sfruttando in particolare le informazioni sulle rotture (di taglio e/o di trazione) ottenute durante lo scavo di pozzi.

## 2. FASI DELLA PROCEDURA

La procedura per la stima dello sforzo orizzontale massimo si compone di 4 fasi. Nel seguito, le fasi della procedura sono applicati a un caso di studio ben documentato in letteratura relativo al sondaggio scientifico profondo 2 km (Hole B), realizzato nell'ambito del progetto di perforazione lungo la faglia di Chelungpu (Taiwan) (Haimson et al., 2010).

### 2.1 Fase 1: limiti sullo stato di sforzo derivanti dal regime tettonico

Le informazioni di tipo tettonico derivano dalla teoria di Anderson, basata sull'evidenza che i fenomeni di rottura fragile osservati in laboratorio sono spesso riprodotti in natura dalle strutture geologiche (Zang & Stephansson, 2010). Anderson definì tre regimi tettonici (diretto, trascorrente e inverso) considerando le possibili relazioni tra gli sforzi principali e applicò ad ognuno di essi il criterio di Mohr-Coulomb per valutare le relazioni tra questi in condizioni di rottura. Si consideri il criterio di Mohr-Coulomb espresso nella forma:

$$\sigma'_1 = C + N_\phi \sigma'_3 \quad (1)$$

dove  $\sigma'_1$  e  $\sigma'_3$  indicano rispettivamente gli sforzi efficaci principali massimo e minimo,  $C$  la resistenza a compressione monoassiale e  $N_\phi$  è una funzione dell'angolo d'attrito ( $N_\phi = (1 + \sin \phi')/(1 - \sin \phi')$ ). Per ogni regime tettonico si può identificare una relazione tra gli sforzi principali in situ, corrispondente al soddisfacimento dell'Equazione (1) e quindi alle condizioni di rottura. Con riferimento al caso di Chelungpu, la Figura 1a mostra i limiti tensionali che possono essere identificati per una profondità di 1000 m, dove la roccia è caratterizzata da uno sforzo principale orizzontale minimo uguale a  $S'_h = 10.8$  MPa e uno sforzo efficace verticale far-field  $S'_v = 14.7$  MPa:  $S'_H$  deve essere compreso tra il limite inferiore  $S'_H = S'_h = 10.8$  MPa e tra il limite superiore  $S'_H = 39.8$  MPa, derivante dal limite corrispondente al regime trascorrente. Si è usato un valore di  $\phi' = 35^\circ$ , come riportato da Haimson et al (2010), e si è ipotizzata una pressione interstiziale idrostatica.

## 2.2 Fase 2: limiti sullo stato di sforzo dall'orientazione della rottura

La stima dei limiti sul valore dello sforzo orizzontale massimo identificati nella Fase 1 può essere migliorata attraverso un'ispezione visiva della rottura sulle pareti del pozzo, eseguita, ad esempio, con televiewer ultrasonici. È ben noto che nel caso di comportamento elastico lineare isotropo la perturbazione allo stato tensionale indotta da un foro circolare può essere calcolata con soluzioni analitiche. Ipotizzando condizioni di deformazione piana, la soluzione per tale perturbazione è stata proposta da Kirsch (si veda ad esempio Jaeger et al., 2007), in funzione degli sforzi efficaci orizzontali massimi e minimi far-field,  $S'_H$  e  $S'_h$ . Sotto l'ipotesi di deformazione piana in direzione verticale per le operazioni di perforazione, gli sforzi principali efficaci radiale  $\sigma'_r$ , circonferenziale  $\sigma'_\theta$  e verticale  $\sigma'_z$  sulle pareti del pozzo in  $\theta = 0$  (Figura 1b), ovvero nella direzione dello sforzo orizzontale massimo, possono essere espressi come:

$$\begin{aligned}\sigma'_r &= p_{net} \\ \sigma'_\theta &= 3S'_h - S'_H - p_{net} \\ \sigma'_z &= S'_v + \Delta\sigma'_z = S'_v + 2\nu(S'_h - S'_H)\end{aligned}\tag{2}$$

dove si è introdotta la pressione netta  $p_{net}$ , definita dalla differenza tra la pressione agente all'interno del foro,  $p_i$ , e la pressione del fluido interstiziale,  $p_w$ :  $p_{net} = p_i - p_w$ . Nel caso siano note informazioni da ispezioni visive sulla forma delle rotture di trazione indotte dallo scavo del pozzo, è possibile determinare la direzione dello sforzo principale minimo: si verificano generalmente fratture verticali se lo sforzo principale minimo sulla parete del pozzo è quello circonferenziale, fratture orizzontali se lo sforzo minimo è quello verticale, fratture concentriche se lo sforzo minimo è quello radiale (Zang & Stephansson, 2010). Una volta identificato con quale componente coincide lo sforzo principale minimo, è possibile ottenere un'ulteriore limitazione sull'anisotropia tensionale  $S'_H/S'_h$  a partire dalla redistribuzione delle tensioni prevista dalle equazioni di Kirsch. Nell'esempio considerato, le anisotropie limite che separano le diverse orientazioni di rottura a trazione possono essere rappresentate nel poligono degli sforzi, come mostrato in Figura 1b, dove la linea  $S'_H = 3 \cdot S'_h$  divide le fratture verticali da quelle concentriche. Lo stesso procedimento può essere applicato per l'azimut  $\theta = \pi/2$ , dove si verificano rotture a taglio: anche in questo caso l'orientazione della rottura dipende da quale componente del tensore degli sforzi sia massima e minima sulla parete del foro.

## 2.3 Fase 3: limiti sullo stato di sforzo dal criterio di rottura della roccia

Per determinare quali zone del foro sono soggette a rottura a taglio (dette anche di breakout) e quali a rottura a trazione si può studiare l'evoluzione dello sforzo circonferenziale sulle pareti del pozzo secondo la soluzione per materiale elastico e lineare:

$$\sigma'_\theta(\theta) = (S'_H + S'_h) - p_{net} - 2(S'_H - S'_h)\cos 2\theta.\tag{3}$$

Nel caso in cui si verificano rotture a taglio, si può ottenere una prima stima del limite inferiore di  $S'_H$ , ipotizzando che, appena si verifica la rottura, il criterio di rottura risulta verificato in  $\theta = \pi/2$ , dove  $\sigma'_\theta$  coincide con lo sforzo principale massimo.  $S'_H$  può essere quindi stimato una volta scelto un opportuno criterio di resistenza del materiale, poiché gli sforzi  $\sigma'_\theta$ ,  $\sigma'_r$  e  $\sigma'_z$  dipendono ora unicamente dall'incognita  $S'_H$ . A titolo di esempio, nel caso si assuma un criterio alla Mohr-Coulomb e sforzo principale minimo coincidente con quello radiale, la stima è:

$$S'_H = \frac{1}{3}[S'_h + (1 + N_\phi)p_{net} + C] \quad \text{se } \sigma'_3 = \sigma'_r \quad (4)$$

La Figura 2a mostra la linea, ottenuta dall'applicazione del criterio di Mohr-Coulomb in  $\theta = \pi/2$  per  $C = 79.5$  MPa and  $\phi' = 35^\circ$ , che identifica due possibili domini per  $S'_H$  a seconda dell'eventuale individuazione delle rotture di breakout: se la rottura si è verificata, il valore calcolato con l'Eq. (4) sarà una stima per difetto del vero valore di  $S'_H$ ; viceversa, se la rottura non si è verificata, allora l'Eq (4) fornirà un limite superiore. Nel caso dell'esempio di Chelungpu, poiché nella sezione considerata si sono effettivamente verificate rotture a taglio, si può affermare che  $S'_H$  deve essere maggiore di 30.1 MPa per il valore di  $S'_h$  considerato. Analogamente alla trattazione delle rotture di breakout, si può procedere per le rotture di trazione, considerando che generalmente queste si verificano in  $\theta = 0$ . Si può considerare il criterio di Galileo Rankine, che richiede come un unico parametro la resistenza a trazione  $S_T$ . Poiché nella sezione considerata non si sono verificate rotture a trazione, si ottiene un limite superiore pari a 37.8 MPa (per un valore di  $S_T = 5.4$  MPa).

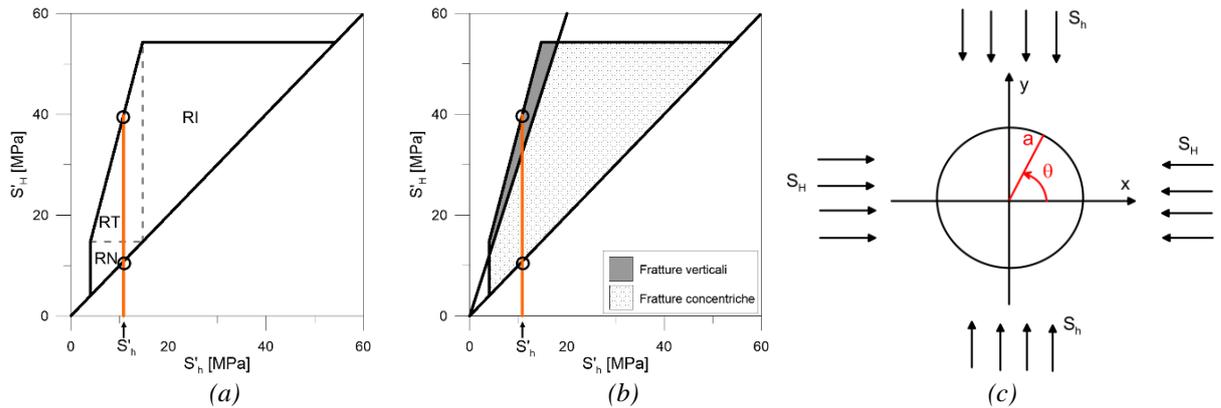


Figura 1. (a) Poligono degli sforzi ammissibili e limiti derivanti dai regimi tettonici. (b) Identificazione delle regioni dove le diverse orientazioni per rotture a trazione possono potenzialmente verificarsi. (c) Coordinate radiali per il foro circolare (Della Vecchia et al., 2014)

#### 2.4 Fase 4: considerazione dell'ampiezza del breakout

La Fase 4 considera, oltre ai parametri che caratterizzano il criterio di rottura della roccia, anche i risultati dei dipmeter o di strumenti acustici (televiwer) utilizzati per indagare le verticali dei pozzi. In Della Vecchia et al.(2014) viene proposta una soluzione analitica per la determinazione di  $S'_H$  che considera anche le informazioni sull'ampiezza delle zone dove si è verificata rottura a taglio. Per esempio, nel caso in cui lo sforzo principale minimo sulla parete del pozzo sia quello radiale e quello massimo quello circonferenziale, si ha:

$$S'_H = \frac{c - S'_h(1 + 2 \cos 2\theta_b) + (1 + N_\phi)p_{net}}{1 - 2 \cos 2\theta_b} \quad \text{con } \sigma'_3 = \sigma'_r \text{ e } \sigma'_1 = \sigma'_\theta \quad (5)$$

Si è introdotto l'angolo  $\theta_b$  compreso tra la direzione dello sforzo orizzontale principale massimo e il raggio passante per l'estremità della zona di rottura a taglio; si è inoltre considerato il criterio di rottura di Mohr-Coulomb. La formula è basata sull'ipotesi che l'ampiezza di rottura a taglio misurata in situ coincida con la dimensione della zona plasticizzata che si genererebbe nelle stesse condizioni in un materiale elastico perfettamente plastico. Per  $S'_h = 10.8$  MPa e  $\theta_b = 68^\circ$  del caso studio di Chelungpu, lo sforzo orizzontale massimo vale 34.8 MPa (Figura 3a).

### 3. VALIDAZIONE NUMERICA DELLA PROCEDURA

Un punto rilevante della procedura proposta è la validità dell'equazione (5) anche per materiali non perfettamente plastici, come le rocce stesse. Al fine di validare anche dal punto di vista numerico la Fase 4 della procedura, l'andamento dello sforzo orizzontale massimo in funzione dell'ampiezza delle rotture a taglio previsto dall'equazione (5) viene confrontato con i risultati delle simulazioni numeriche eseguite considerando un comportamento sforzo-deformazione più realistico del materiale roccioso, includendo la possibilità di rottura fragile e, danneggiamento. In particolare, la redistribuzione delle tensioni intorno al pozzo è stato simulato

attraverso il metodo degli elementi finiti, considerando per la roccia il legame costitutivo di danno fragile introdotto da De Bellis et al.(2016). Si sono svolte in particolare varie simulazioni al variare di  $S'_H$  mantenendo costanti le altre componenti di sforzo far-field, misurando l'ampiezza delle zone danneggiate previste dalle simulazioni numeriche, se presenti. I risultati delle simulazioni in termini di ampiezza delle zone danneggiate per diversi valori di  $S'_H$  sono indicati con punti neri in Figura 3b per il sito di Chelungpu, mentre la linea continua rappresenta la previsione ottenuta con la procedura analitica semplificata (Eq. (5)). Per la calibrazione e dettagli sul modello numerico si veda Scelsi (2017). Nonostante le forti ipotesi alla base della procedura analitica, la somiglianza tra le due previsioni è ampiamente soddisfacente, almeno per ampiezze di breakout inferiori a  $90^\circ$ .

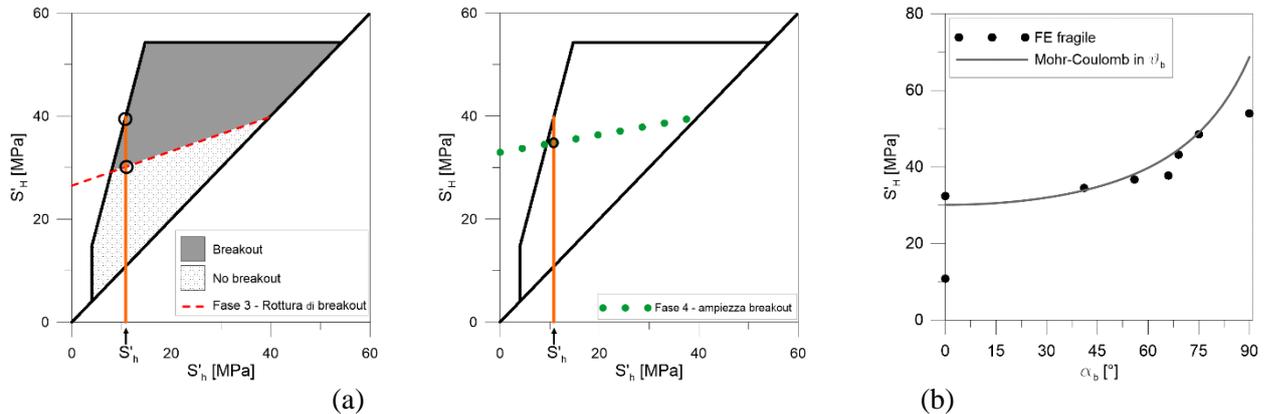


Figura 2. (a) Poligono degli sforzi con la linea che identifica il limite inferiore per  $S'_H$  al fine di avere rotture di breakout secondo il criterio di Mohr-Coulomb (b) Poligono degli sforzi con la linea che identifica il valore di  $S'_H$  in  $\theta_b = 68^\circ$ . (c) Confronto tra i risultati del modello analitico semplificato e quelli numerici.  $\alpha_b$  rappresenta l'ampiezza del breakout ( $\alpha_b = \pi - 2\theta_b$ ).

#### 4. CONCLUSIONI

Si è presentata una procedura analitica semplificata in quattro passi per la determinazione dello stato di sforzo in situ, con particolare riferimento allo sforzo principale orizzontale massimo. La prima fase si basa sulla teoria di Anderson e necessita solamente di una stima dell'angolo d'attrito del materiale alla scala delle faglie. La seconda fase utilizza la soluzione elastica di Kirsch per la redistribuzione degli sforzi attorno a un pozzo in condizioni di deformazione piana e permette un affinamento delle stime ottenute dalla fase 1 solo attraverso informazioni visive ricavate alla scala del pozzo. La fase 3 necessita sia le informazioni riguardanti la presenza di rotture a trazione e a taglio lungo le pareti del pozzo sia la conoscenza dei parametri di resistenza della roccia, permettendo di ridurre ulteriormente i limiti identificati nella fase 2. Infine, se anche l'ampiezza della zona dove si sono verificate rotture a taglio è nota, la fase 4 permette di stimare un valore univoco dello sforzo orizzontale massimo. La correttezza del valore di  $S'_H$  individuato con la procedura analitica semplificata è stata verificata attraverso simulazioni numeriche eseguite con un legame costitutivo avanzato capace di considerare il comportamento fragile del materiale roccioso e attraverso il confronto con dati disponibili in letteratura.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- De Bellis M.L., Della Vecchia G., Ortiz M., Pandolfi A. (2016). A linearized porous brittle damage material model with distributed frictional-cohesive faults, *Engineering Geology*, 215: 10-24
- Della Vecchia G., Pandolfi A., Musso G., Capasso G. (2014). An analytical expression for the determination of in situ stress state from borehole data accounting for breakout size, *Int. Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 66: 64-68
- Haimson B., Lin W., Oku H., Hung J. H., Song S.R. (2010). Integrating borehole-breakout dimensions, strength criteria, and leak-off test results, to constrain the state of stress across the Chelungpu Fault, Taiwan, *Tectonophysics*, 482: 65-72
- Jaeger J., Cook N., Zimmermann R. (2007). *Fundamental of Rock Mechanics*. Blackwell Publishing, Oxford
- Scelsi G. (2017), Determinazione dello stato di sforzo in situ a partire da dati di scavo di pozzo, Tesi discussa presso il Politecnico di Milano.
- Zang A., Stephansson O. (2010). *Stress Field of the Earth's Crust*. Springer, London