

# SUL LEGAME COSTITUTIVO ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) ALLO SLU DEI CALCESTRUZZI HPC/HSC/VHSC

MAURIZIO ACITO\*, GIAN LUCA GUERRINI\*\*

## 1. INTRODUZIONE

Il rapido sviluppo su scala mondiale, che si è avuto nella utilizzazione di calcestruzzi ad alte prestazioni (AP) o ad alta resistenza (AR) ha evidenziato, sia la carenza, in molti paesi, di un quadro normativo che ne consentisse l'impiego, sia le notevoli differenze tra i diversi codici di calcolo esistenti.

La spingente necessità di predisporre delle regole per l'impiego di questi materiali è particolarmente evidente se si osserva che in Italia, non disponendo di normative specifiche, il legislatore ha esteso la possibilità di utilizzare le stesse regole valide per i calcestruzzi ordinari ( $R_{ck} \leq 55$  MPa) [01], ai calcestruzzi ad AP (HPC in notazione anglosassone), aventi  $55 < R_{ck} \leq 75$  MPa, mentre, per i calcestruzzi ad AR (HSC, in notazione anglosassone) e ad altissime resistenze (VHSC) con  $R_{ck} > 75$  MPa, sono state predisposte, da parte del Servizio Tecnico Centrale del Ministero LL.PP., soltanto delle Linee Guida [02].

Precisamente, con tali Linee Guida viene stabilito che l'impiego dei calcestruzzi strutturali aventi resistenza caratteristica  $55 < R_{ck} \leq 75$  MPa (HPC) può essere ammesso, previo esame e valutazione del Consiglio Superiore dei LL.PP., al quale devono essere sottoposte le documentazioni di progetto; e viene stabilito, ancora, in linea orientativa, che, per la definizione delle caratteristiche fisico-meccaniche di tali calcestruzzi e per le regole di calcolo, può farsi riferimento alle norme tecniche, valide per i calcestruzzi di resistenza caratteristica  $R_{ck} \leq 55$  MPa. Inoltre, viene stabilito, che per i calcestruzzi, aventi resistenza caratteristica  $R_{ck} > 75$  N/mm<sup>2</sup> (HSC e VHPC) la documentazione di progetto da presentare al Consiglio Superiore dei LL.PP., deve comprendere la modellazione del materiale, operata sulla base di specifica documentazione teorica e sperimentale, nonché un'adeguata giustificazione delle regole di calcolo adottate.

È noto che, in generale, le capacità prestazionali di un materiale sono tra loro correlate in senso positivo, cosicché il miglioramento di una data capacità è accompagnato da un miglioramento delle altre (un aumento della resistenza a compressione è accompagnato da un aumento della resistenza a trazione, del modulo elastico, ecc.). Questo spiega il fatto che tutti i codici di calcolo classificano i calcestruzzi attraverso la loro resistenza caratteristica a compressione (ad esempio, [01], [02], [03], [04],

[05], [06], [07]), attraverso collaudate correlazioni. Tuttavia, nel caso degli HPC/HSC/VHSC, questa circostanza, con l'aumentare della resistenza a compressione, è via via meno vera, in quanto alcune di tali correlazioni assumono un carattere asintotico, al crescere della resistenza a compressione.

Pertanto, anche nel caso di HPC, HSC, e VHSC, per accertare le prestazioni che il materiale è in grado di fornire, occorre predisporre uno studio statistico del legame costitutivo e delle relative correlazioni con le altre caratteristiche della resistenza a compressione. In letteratura, sono disponibili numerosi lavori relativi agli studi statistici sia della resistenza a compressione (si veda, ad esempio, [08], [09], [10], [11]), che della definizione del legame costitutivo (si veda, ad esempio, [12], [13]). Così pure, sono disponibili studi e specifiche dei codici, che correlano la resistenza a compressione col modulo elastico ([14], [15]) e con la resistenza a trazione ([02], [07]).

In tale contesto sembra opportuno, partendo dai più recenti lavori sperimentali di indagine sul comportamento e sulle prestazioni di questi materiali, considerare le indicazioni proposte per la modellazione del legame costitutivo monoassiale ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) dai principali codici di calcolo, al fine di saggiarne le differenze, che si determinano nelle misure della sicurezza.

Nel prosieguo, quindi, dopo aver richiamato gli aspetti fondamentali che governano il legame costitutivo monoassiale ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) dei calcestruzzi, vengono mostrati i legami costitutivi completi, determinati su provini cilindrici 10x20 cm di calcestruzzi, con resistenza di circa 140 MPa (VHPC) fibro-rinforzati e non. Questi risultati, uniti a quelli di letteratura, inerenti a tali materiali, sono alla base di una serie di simulazioni di calcolo, per le verifiche per tensioni normali allo SLU.

In particolare, per saggiare la validità dei modelli considerati, in riferimento ai principali modelli proposti dai più importanti codici di calcolo, si è sviluppata una simulazione numerica delle capacità resistenti, allo SLU per tensioni normali di sezioni, realizzate in calcestruzzo ordinario, ad alte prestazioni, ad alta e ad altissima resistenza. I risultati ottenuti consentono un confronto, che permette di evidenziare il "peso" dei modelli costitutivi, proposti per la stessa classe di calcestruzzo.

## 2. IL LEGAME COSTITUTIVO ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) DEI CALCESTRUZZI IN COMPRESSIONE MONOASSIALE

Tipici esempi di legami costitutivi ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) per calcestruzzi ordinari, ad alte prestazioni, ad alta e ad altissima resistenza, evidenziati in numerose prove sperimentali, come, ad esempio, [12], [13] e [16], sono riportati in Fig. 1.

\* Libero Professionista in Milano, Ingegnere specializzato in costruzioni in c.a. alla Scuola di Specializzazione «F.lli Pesenti» del Politecnico di Milano.

\*\* CTG Italcementi Group, Bergamo

Tutte queste sperimentazioni concordano nell'affermare che, all'aumentare della resistenza si evidenzia:

- una relazione lineare tra la tensione e la deformazione più estesa;
- una maggiore pendenza del ramo discendente che si sviluppa successivamente al picco;
- una minore deformazione ultima.

Queste diverse risposte dei calcestruzzi, con la resistenza che aumenta, sono sostanzialmente conseguenza di un miglioramento della zona di transizione fra la pasta di cemento e la superficie degli inerti. In particolare, la maggiore estensione del tratto lineare della relazione ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) riflette la minore presenza di microfessure, anche agli alti livelli di sollecitazione per calcestruzzi ad alta resistenza. Infatti, Carrasquillo ([12]), utilizzando una tecnica dei raggi x, evidenzia come la instabilità delle microfessure, nel caso di calcestruzzi con resistenza ultima 31 MPa, inizia a svilupparsi sulla interfaccia pasta di cemento-aggregato, già per un valore del carico applicato pari a circa il 65% del carico ultimo e che, per essi, ulteriori incrementi del carico determinano una ramificazione di queste microfessure anche all'interno della pasta di cemento. Quindi, tensioni normali e tangenziali causano scorrimenti e separazione delle microfessure, riflettendosi sulla curva ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) con un evidente comportamento non lineare.

Nel caso di calcestruzzi ad alta resistenza (Carrasquillo esamina calcestruzzi con resistenza 76 MPa), invece, la propagazione delle microfessure nella zona di transizione inizia approssimativamente in corrispondenza del 90% del carico ultimo, risultando praticamente lineare il legame fino a tale livello di carico. Così pure, la migliore microstruttura della pasta di cemento fa sì che la differenza di rigidità fra pasta di cemento e aggregati sia minore nei calcestruzzi ad alta resistenza, rispetto a quella dei calcestruzzi ordinari. Conseguentemente, gli sforzi interni si distribuiscono più omogeneamente, riducendo la tendenza ad una propagazione instabile anticipata delle microfessure e consentendo, pertanto, un legame lineare più esteso. Peraltro, il minore sviluppo delle microfessure, in corrispondenza del carico ultimo a trazione, impedisce l'enucleamento degli inerti e determina una rottura con carattere fragile, data la minore possibilità di redistribuzione dello sforzo. In definitiva, la pendenza della curva ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) per i calcestruzzi in compressione monoassiale dipende dalla natura dei materiali che compongono il conglomerato, più precisamente, dal valore del rapporto tra le rigidità della pasta di cemento e delle rocce che costituiscono gli aggregati. Infatti, la differenza di rigidità tra i due componenti fa sì che, pur essendo entrambi i materiali a comportamento fragile, il conglomerato presenti, invece, una apprezzabile duttilità. Tale circostanza è sostanzialmente dovuta al fatto che le differenze di rigidità tra i due materiali comportano che all'interfaccia fra la pasta di cemento e gli inerti si determinino delle concentrazioni di sforzi che, raggiunti determinati livelli di tensione globale, innescano la formazione di microfessure. In tale caso, l'incremento della tensione globale viene parzialmente consumato per lo sviluppo di queste microfessure e perciò, in questa fase, la curva ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) si discosta dalla linearità.

Peraltro, tale circostanza di un comportamento sufficientemente duttile si manifesta, anche, in calcestruzzi ad elevate prestazioni, qualora la pasta di cemento con elevata rigidità sia associata con aggregati più rigidi di quelli comunemente adoperati. Questo risulta evidente quando si confrontano le curve ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) in compressione di due calcestruzzi di uguale resistenza, realizzati con aggregati differenti (gneiss e bauxite de-idratata). Come è noto, la bauxite presenta un modulo elastico (100 GPa) maggiore, rispetto a quello della pasta di cemento e consente, pertanto, di ottenere un comportamento sufficientemente duttile, simile a quello riscontrabile nei calcestruzzi ordinari (Fig. 2).

Risultanze sperimentali ([16]) hanno messo in evidenza che aggregati del tipo costituito da basalto ( $E=60-70$  GPa), gabbro e quarzo diorite ( $E=50-70$  GPa) consentono di ottenere un comportamento più duttile, a parità di distribuzione granulometrica, di quello ottenibile con una gneiss (40-45 GPa).

Nel campo dei calcestruzzi ordinari, la secolare applicazione e gli innumerevoli contributi di lavori sperimentali (ad esempio [17] e [18]), sviluppati negli anni, hanno consentito di acquisi-

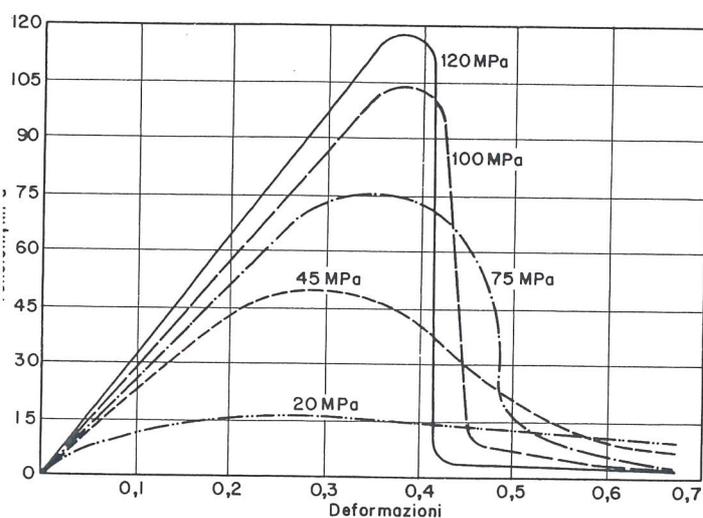


Fig. 1. Tipici legami costitutivi ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) per calcestruzzi ordinari, HPC, HSC e VHSC ([05]).

re elementi sufficienti per la predisposizione di semplici modelli di calcolo del legame ( $\sigma$ - $\epsilon$ ), su cui concordano, salvo lievi differenze, i principali codici (ad esempio, [01], [04], [19]).

Invece, nel campo dei calcestruzzi ad elevate prestazioni e resistenze, solo di recente introdotti nel campo strutturale, la limitata esperienza di applicazione nel campo strutturale e le ancora diffuse riserve sul loro comportamento meccanico, non hanno consentito di predisporre, da parte di molti legislatori, regole specifiche per il loro impiego strutturale; nel contempo, nei codici di calcolo esistenti, si riscontrano notevoli differenze (ad esempio, [02], [03], [05], [06], [07], [20]); allo scopo di evidenziare le differenze sostanziali che sussistono nei modelli di calcolo del legame costitutivo dei calcestruzzi ad alta resistenza, vengono, nel seguito, richiamate le indicazioni dei principali codici di calcolo.

### 3. MODELLI ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) DI CALCOLO SLU PROPOSTI DAI PRINCIPALI CODICI DI CALCOLO

#### 3.1. CALCESTRUZZI ORDINARI

Come già si è avuto modo di affermare, nel caso dei calcestruzzi ordinari vi è un sostanziale accordo sul legame costitutivo ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) di calcolo allo SLU. Il classico legame parabola-rettangolo, con deformazione di picco pari a 0,2%, deformazione ultima pari a 0,35% e equazione del tratto ascendente parabolico, data dall'espressione:

$$\sigma = 0,85 f_{cd} \left[ 2 \frac{\epsilon}{0,002} - \left( \frac{\epsilon}{0,002} \right)^2 \right] \quad (1)$$

è proposto nei più importanti codici di calcolo ([01], [21], [05]).

La differenza che viene spesso riscontrata, è rappresentata dal diverso valore assunto per la tensione di calcolo  $f_{cd}$ . Tale differenza è, dovuta, di volta in volta, o ad un diverso rapporto  $f_{ck}/R_{ck}$  o ad un diverso valore del coefficiente di sicurezza  $\gamma_C$  o ad entrambi i casi. Una ulteriore differenza, come nel caso della normativa tedesca DIN [06], è dovuta al fatto che non viene definita la resistenza cilindrica caratteristica, ma solo la resistenza cubica caratteristica  $\beta_{WN}$  e la relativa tensione di calcolo  $\beta_R$ <sup>1</sup>. In Tabella 1, vengono riportati i valori della tensione di calcolo, relativi a tre modelli di calcolo, in relazione alle classi di resisten-

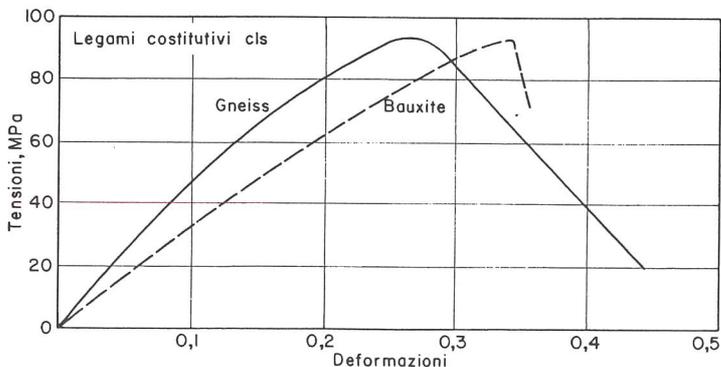


Fig. 2. Curva ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) per calcestruzzi di medesima resistenza a compressione ma confezionati con aggregati di differenti moduli elastici [06].

za cubica caratteristica. Dai valori riportati in Tabella, si può osservare la notevole differenza dei valori della tensione di calcolo, assunti dalla DIN per le diverse classi di resistenza.

In Tabella 1, non compare la tensione di calcolo per  $R_{ck}=60$  MPa, data dal DM96 [01], in quanto la normativa italiana non contempla classi di resistenza maggiori di 55 MPa. Peraltro, le "Linee guida sul calcestruzzo strutturale" per i calcestruzzi (AP) di  $55 < R_{ck} \leq 75$  MPa, presentano un diverso rapporto di  $f_{ck}/R_{ck}$ , pari a 0,85, invece di 0,83, dato dal DM96, per le classi 15÷55 MPa.

#### 3.2. CALCESTRUZZI HPC/HSC

Nel considerare i modelli proposti per i calcestruzzi non ordinari, la prima difficoltà che si riscontra è legata alla non univocità di definizione che viene utilizzata per questi materiali. Ad esempio, il Model Code 90 definisce calcestruzzi ad alta resistenza quelli aventi  $f_{ck} > 50$  MPa e per essi assume  $f_{ck} = R_{ck} - 10$  [MPa]. La DIN, invece, definisce calcestruzzi ad alta resistenza quelli con  $\beta_{WN} \geq 65$  MPa. In questa sede si adotta la definizione data in [02].

##### 3.2.1. LINEE GUIDA SUL CALCESTRUZZO STRUTTURALE [02]

Come si è avuto modo di affermare, le "Linee guida" consentono l'estensione della validità del diagramma di progetto, definito dalla (1) ai calcestruzzi ad alte prestazioni, mentre non forniscono alcun legame costitutivo per calcestruzzi ad alta resistenza ( $R_{ck} > 75$  MPa).

##### 3.2.2. PROPOSTA AICAP [20]

Il legame costitutivo di progetto proposto dalla commissione AICAP, presieduta dal prof. Goffi, per calcestruzzi aventi resistenza cilindrica caratteristica, compresa tra 55 e 80 MPa, prende spunto dal MC90 [07]<sup>2</sup>, dal quale si differenzia per alcuni aspetti. Ad esempio, mentre il legame tra resistenza cilindrica caratteristica e resistenza cubica caratteristica assume ancora l'espressione  $f_{ck} = R_{ck} - 10$  [MPa], l'equazione del ramo parabolico assume un'espressione che, rispetto al modello del MC90, presenta alcune differenze. In specifico, l'espressione del modello si

TABELLA 1  
TENSIONI DI CALCOLO DEI MODELLI IN [01], [04], [21]

$R_{ck}$ [MPa]	15	20	25	30	35	40	50	60
DM96: $f_{cd}^*$ [MPa]	6.6	8.8	11	13.2	15.4	17.6	22	-
MC90: $f_{cd}^*$ [MPa]	6.8	9.1	11.3	13.7	16.1	18.3	22.7	28.3
DIN: $\beta_R$ [MPa]	10.5	14	17.5	20.2	23	25	28.5	35

<sup>1</sup> Non viene così esplicitamente evidenziata la riduzione della tensione di calcolo, tramite il coefficiente  $\alpha=0,85$ , per tenere conto della presenza di carichi di lunga durata durante la vita della struttura.

<sup>2</sup> In questa sede, con le sigle MC90 e DIN ci si riferisce ai codici ed alle relative estensioni [05] e [07].

particolarizza in:

$$\sigma = 0,85 f_{cd} v \left[ 2 \frac{\varepsilon}{0,002} - \left( \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right], \quad (2)$$

dove, per la tensione di calcolo  $f_{cd}$ , vale l'espressione  $f_{cd} = f_{ck}/1,5$ , e  $v$  è un coefficiente riduttivo funzione della resistenza cilindrica caratteristica secondo l'espressione:

$$v = 0,85 + 0,15 \frac{80 - f_{ck} [\text{MPa}]}{25}, \quad (3)$$

In tal modo  $v$  assume, per  $f_{ck}$  uguale a 55 MPa e 80 MPa, rispettivamente, i valori 1 e 0,85.

Per quanto riguarda la deformazione ultima  $\varepsilon_{cu}$  questa, in analogia ad altri modelli, viene assunta variabile con la resistenza cilindrica caratteristica attraverso l'espressione:

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035 \frac{55}{f_{ck} [\text{MPa}]}, \quad (4)$$

mentre, la deformazione di fine tratto parabolico  $\varepsilon_{c0}$  è assunta costante e pari a 0,002.

### 3.2.3. ESTENSIONE AL MODEL CODE '90 [07]

L'estensione al Model Code '90 per i calcestruzzi ad alta resistenza, considera calcestruzzi aventi resistenza cilindrica caratteristica compresa tra 50 e 100 MPa. In tale ambito, il legame costitutivo di calcolo, per la verifica allo stato limite ultimo, presenta un tratto ascendente non "perfettamente parabolico" con espressione:

$$\sigma = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right], \quad (5)$$

in cui il coefficiente  $n$ , espresso dalla relazione

$$n = 2 - 0,008 (f_{ck} - 50), \quad (6)$$

diminuisce all'aumentare di  $f_{ck}$  e assume i valori 2 e 1,6, rispettivamente per  $f_{ck}$  pari a 50 e 100 MPa.

In questo modo meglio si interpreta il comportamento a compressione osservato nelle prove sperimentali, in cui il legame ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) tende sempre più alla linearità con l'aumentare della resistenza del calcestruzzo. Analogamente, sempre nel tentativo di interpretare al meglio le risultanze sperimentali, la deformazione  $\varepsilon_{c0}$ , è fornita dall'espressione:

$$\varepsilon_{c0} = 0,002 + 0,5 (f_{ck} - 50) 10^{-5}, \quad (7)$$

così da aumentare al crescere della resistenza  $f_{ck}$ , mentre, la deformazione ultima  $\varepsilon_{cu}$ , data dall'espressione:

$$\varepsilon_{cu} = 0,0025 + 0,002 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{100} \right), \quad (8)$$

diminuisce all'aumentare della resistenza  $f_{ck}$ .

Molto importante è anche quanto indicato in merito al coefficiente  $\gamma_c$  e alla tensione di calcolo  $f_{cd}$ . Infatti, per la definizione

della tensione di calcolo  $f_{cd}$  in funzione della resistenza, si utilizza la relazione:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5 \gamma_{hsc}}, \quad (9)$$

in cui il coefficiente  $\gamma_c$  ha espressione  $1,5 \gamma_{hsc}$ , dove,

$$\gamma_{hsc} = \frac{1}{1,1 - \frac{f_{ck}}{500}}. \quad (10)$$

Come si può osservare dalla espressione della tensione di calcolo  $f_{cd}$ , il coefficiente  $1,5 \gamma_{hsc}$  aumenta al crescere della resistenza del calcestruzzo. Infatti, dato che il coefficiente  $\gamma_{hsc}$  assume il valore di 1 e 1,11, rispettivamente per  $f_{ck}$  pari a 50 e 100 MPa, il coefficiente di sicurezza  $\gamma_c$  assume rispettivamente i valori di 1,5 e 1,66.

### 3.2.4. L'INTEGRAZIONE A DIN 1045 PER CALCESTRUZZI AD ALTA RESISTENZA [06]

L'integrazione alla DIN 1045 del 1988 riguarda i calcestruzzi aventi  $\beta_{WN}^3$  compresa tra 65 e 115 MPa, cioè calcestruzzi che la stessa DIN definisce ad alta resistenza. Il legame ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) assunto è analogo a quello proposto dal MC90. Infatti, anche nel modello proposto dalla DIN il tratto ascendente, ha espressione:

$$\sigma = \beta_R \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right], \quad (11)$$

dove  $\beta_R$  è l'equivalente della tensione di calcolo  $f_{cd}$ , del modello MC90.

È importante notare che le DIN non prevedono l'adozione del coefficiente 0,85, adottato dagli altri modelli, per tenere conto dei carichi di lunga durata. Infatti, il valore di calcolo della resistenza si ottiene in funzione della resistenza cubica caratteristica, mediante la relazione:

$$\beta_R = 0,69 \left( 1 - \frac{\beta_{WN}}{600} \right) \beta_{WN}, [\text{MPa}]. \quad (12)$$

In Tabella 2, sono riportati i valori della deformazione di picco, della deformazione ultima e del coefficiente  $n$ , valutati in riferimento alla DIN, per le diverse classi.

### 3.2.5. L'ACI 318-89 "BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR CONCRETE STRUCTURES" [03]

La normativa statunitense, invece, si caratterizza per il fatto di non presentare una norma specifica per i calcestruzzi ad alta resistenza, non ponendo alcun limite alla resistenza del calcestruzzo, utilizzabile nella progettazione delle strutture. Peculiarmente, ancora, è il fatto di non prendere in considerazione la resistenza cubica caratteristica, ma solo quella cilindrica, chiamata  $f'_c$ , dalla quale si ottiene la resistenza a compressione di progetto  $f_{cd}$ , mediante la correlazione:

$$f_{cd} = 0,85 \cdot f'_c \quad (13)$$

<sup>3</sup> Resistenza cubica caratteristica ottenuta mediante prove effettuate su provini cubici di lato pari a 200 mm.

TABELLA 2  
DIN: VALORI DELLA DEFORMAZIONE DI PICCO, DELLA DEFORMAZIONE ULTIMA E DEL COEFFICIENTE n

	B65	B75	B85	B95	B105	B115
$\beta_{WN}$ [MPa]	65	75	85	95	105	115
$\beta_R$ [MPa]	40	45	50	55	60	64
$\epsilon_{c0}$ ‰	2,03	2,06	2,1	2,14	2,17	2,2
$\epsilon_{cu}$ ‰	3,1	2,7	2,5	2,4	2,3	2,2
n	2	1,9	1,8	1,7	1,6	1,55

Nell'ACI, il legame costitutivo di calcolo deve essere determinato dal progettista, dopo una accurata sperimentazione o, in alternativa, il progettista può ricorrere, per i calcoli relativi allo SLU per tensioni normali, allo stress-block. Tale stress-block presenta una altezza pari a  $0,85f_{cd}$  e una profondità, misurata a partire dal lembo più compresso della sezione, pari a  $\beta_1x$ , dove x rappresenta l'affondamento dell'asse neutro. Il coefficiente  $\beta_1$  assume il valore di 0,85 per calcestruzzi aventi  $f'_c \leq 30$  MPa, mentre varia linearmente ( $0,85 \leq \beta_1 \leq 0,65$ ) con la resistenza del calcestruzzo per  $30 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 55$  MPa secondo l'espressione:

$$\beta_1 = 1,06 - 0,008 \cdot f'_c \quad (14)$$

Per quanto riguarda la deformazione ultima del calcestruzzo, questa è assunta sempre pari a 0,003, mentre, per quanto riguarda l'acciaio, l'ACI considera tale materiale infinitamente plastico. Pertanto, l'ACI presenta una impostazione che appare sostanzialmente differente rispetto a quella europea: il MC90 impone un limite alla deformazione ultima pari a 10‰, mentre la DIN un valore pari al 5‰.

### 3.2.6. CONFRONTI TRA I MODELLI ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) DI CALCOLO CONSIDERATI

Per meglio evidenziare gli aspetti caratteristici dei legami costitutivi presi in considerazione, vengono presentati alcuni confronti.

A tale scopo, nelle Tabelle 3, 4 e 5 sono riportati i parametri che caratterizzano i differenti legami costitutivi, calcolati con riferimento a classi di resistenza cubica, compresa tra 60 e 110 MPa.

Dalle Tabelle si possono ricavare alcune interessanti osservazioni: innanzitutto, risulta un buon accordo tra MC90, del CEB, e la DIN sia con riferimento alla riduzione della curvatura del tratto ascendente, all'aumentare della resistenza del calcestruzzo (i valori di n per le due proposte sono molto simili), sia con riferimento alla estensione del tratto orizzontale. Peraltro, la DIN prescrive una riduzione ancora più marcata all'aumentare della resistenza del calcestruzzo, al punto che, per calcestruzzi aventi  $\beta_{WN}=115$  MPa, il tratto plastico si annulla completamente, venendo così a mancare qualsiasi risorsa di duttilità del materiale.

Pertanto, la DIN risulta essere senz'altro la normativa più severa, nei confronti della fragilità dei calcestruzzi ad alta resistenza, però, al tempo stesso, è quella che consente l'utilizzo di tensioni di calcolo più elevate.

TABELLA 3  
PARAMETRI CARATTERISTICI DEI MODELLI DM96 E AICAP

-	DM96		AICAP		
	$R_{ck}$ [MPa]	60	70	70	80
$f_{ck}$ [MPa]	51	59,5	60	70	80
$\epsilon_{c0}$ ‰	2	2	2	2	2
$\epsilon_{cu}$ ‰	3,5	3,5	3,21	2,75	2,406
v	-	-	0,97	0,91	0,85
$f^*_{cd}$ [MPa]	27,09	31,6	34	39,67	45,33
$v f^*_{cd}$ [MPa]	27,09	31,6	32,98	36,1	38,53

TABELLA 4  
PARAMETRI CARATTERISTICI DEL MC90

-	MC90					
	$R_{ck}$ [MPa]	60	70	80	90	100
$f_{ck}$ [MPa]	50	60	70	80	90	100
$\epsilon_{c0}$ ‰	0,002	2,05	2,1	2,15	2,2	2,25
$\epsilon_{cu}$ ‰	0,0035	3,3	3,1	2,9	2,7	2,5
n	2	1,92	1,84	1,76	1,68	1,6
$\gamma_{hsc}$	1	1,02	1,04	1,06	1,09	1,11
$f^*_{cd}$ [MPa]	28,33	34	39,67	45,33	51	56,67
$f^*_{cd}/\gamma_{hsc}$ [MPa]	28,33	33,32	38,08	42,61	46,92	51

TABELLA 5  
PARAMETRI CARATTERISTICI DELLA DIN

-	DIN					
	$\beta_{WN}$ [MPa]	60	70	80	90	100
$\epsilon_{c0}$ ‰	2	2,045	2,08	2,12	2,155	2,185
$\epsilon_{cu}$ ‰	3,5	2,9	2,6	2,45	2,35	2,25
N	2	1,95	1,85	1,75	1,65	1,575
$\beta_R$ [MPa]	35	42,67	47,84	52,785	57,5	61,985

Nelle Figg. 3-7, per una più chiara lettura, sono riportati i diagrammi ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) dei modelli esaminati, ottenuti con parametri calcolati per le diverse classi di resistenza. Nel caso di calcestruzzi classe 60 ( $R_{ck}=60$  MPa), la deformazione di vertice della

parabola, pari 0,002, e la deformazione ultima, pari a 0,0035, sono uguali, mentre risultano diverse le tensioni di progetto, assunte dai tre legami.

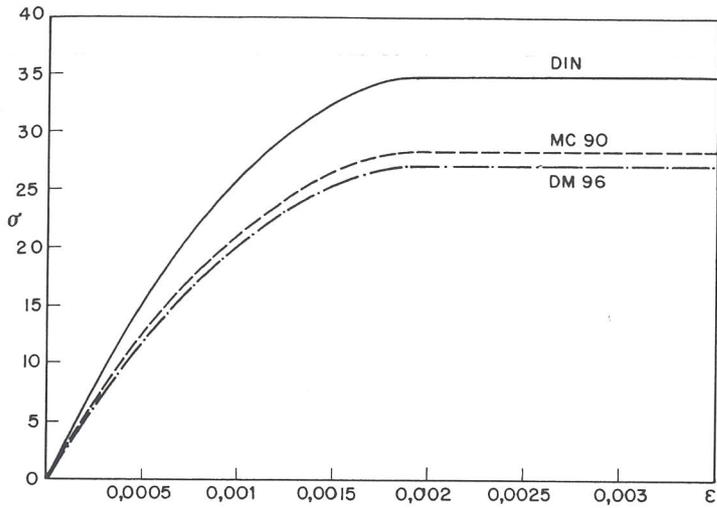


Fig. 3. Modelli (σ-ε) per  $R_{ck}=60$  MPa.

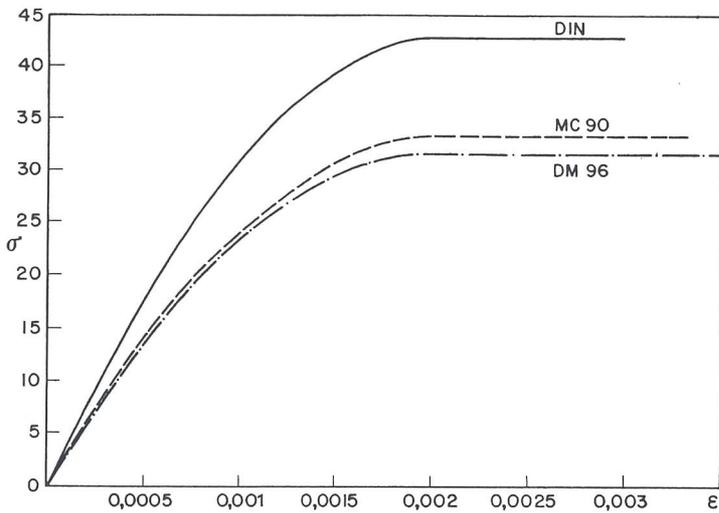


Fig. 4. Modelli (σ-ε) per  $R_{ck}=70$  MPa.

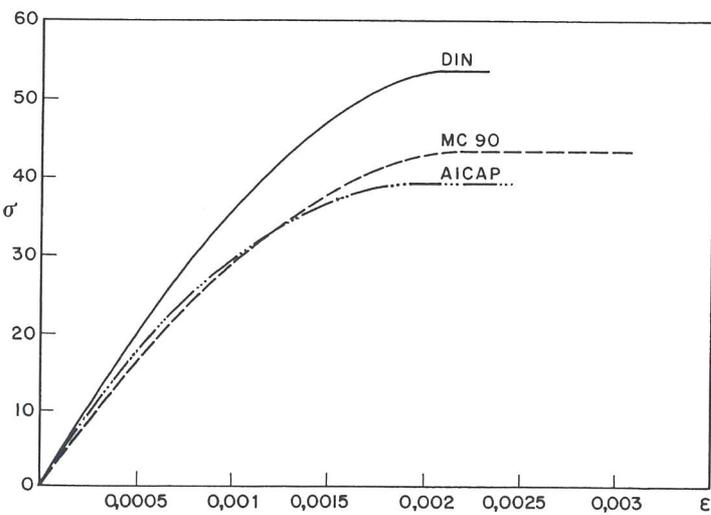


Fig. 5. Modelli (σ-ε) per  $R_{ck}=90$  MPa.

Per i calcestruzzi classe 70 ( $R_{ck}$  pari a 70 MPa), le differenze riguardano, oltre alla tensione di calcolo, l'utilizzo per il MC90 e la DIN, di differenti rapporti  $f_{cd}/f_{ck}$  e  $\beta_R/\beta_{WN}$ , nonché della riduzione, delle deformazioni ultime e dell'aumento del valore della deformazione di picco della parabola, (riduzione della lunghezza del tratto orizzontale).

Inoltre, anche se poco evidenti, i modelli DIN e MC90 evidenziano una riduzione della curvatura del tratto parabolico, per le classi di resistenza cubica caratteristica pari a 80, 90, 100 e 110 MPa.

Per il modello DIN, risulta una tensione di calcolo sempre maggiore, mentre, sia la DIN che l'AICAP, impongono una consistente riduzione della deformazione ultima. D'altra parte, la proposta AICAP non prescrive nessun incremento del valore di  $\epsilon_{c0}$ , diversamente da ciò che avviene per le altre due leggi costitutive.

Infine, è sempre più evidente una riduzione della curvatura del tratto ascendente per i modelli MC90 e DIN, mentre, per il modello AICAP, l'esponente del tratto ascendente è costante (esponente  $n=2=cost.$ ).

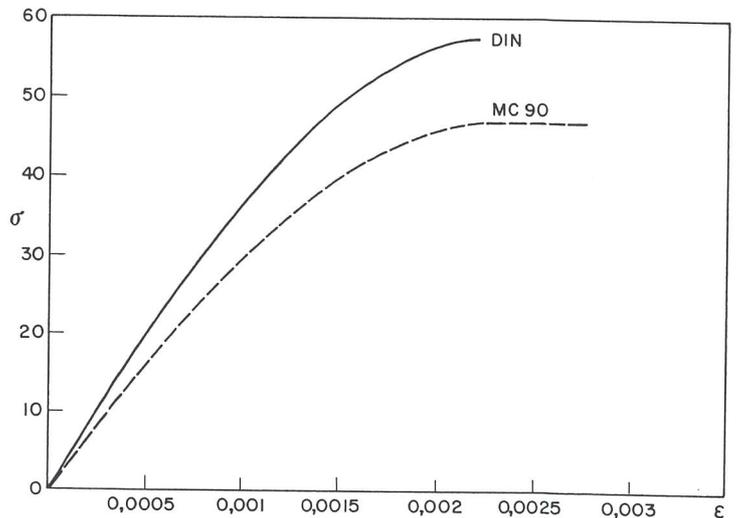


Fig. 6. Modello (σ-ε) per  $R_{ck}=100$  MPa.

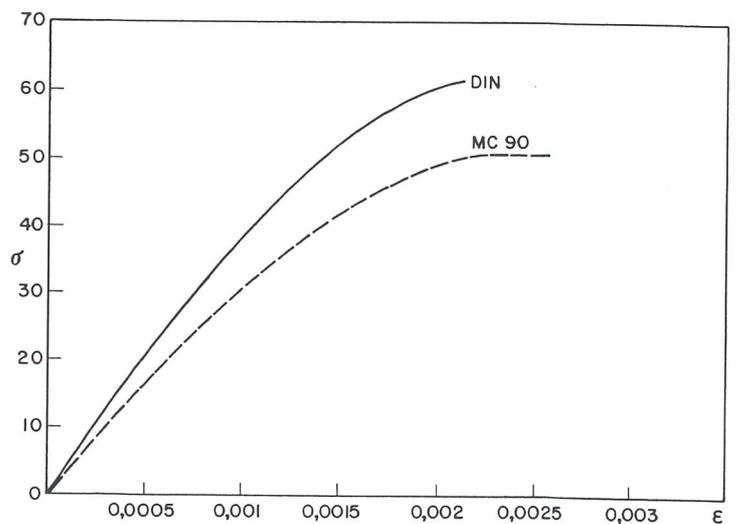


Fig. 7. Modelli (σ-ε) per con  $R_{ck}=110$  MPa.

Per quanto riguarda il modello ACI, la singolarità risiede, oltre che nel modello stress-block, nella deformazione ultima costante, all'aumentare della resistenza.

#### 4. MATERIALI E RISULTATI SPERIMENTALE PER CALCESTRUZZI VHSC

##### 4.1 MATERIALI

I materiali utilizzati per questo studio<sup>4</sup> sono calcestruzzi ad altissima resistenza, contenenti sabbia silico-calcearea e microsilice con eventuali microfibre di rinforzo in acciaio.

In particolare, per la preparazione dei provini sono stati utilizzati:

- cemento CEM I 52,5 R;
- microsilice non densificata (10% sul legante);
- superfluidificante acrilico (1,5% estratto secco sul cemento);
- sabbia naturale di origine fluviale, 0-3 mm;
- ghiaietto frantumato di origine fluviale, 3-6 mm;
- microfibre di acciaio al carbonio, diametro 0,15 mm, lunghezza 13 mm (1% in volume).

Le composizioni utilizzate sono riportate nella Tabella 6.

Il mix design è stato messo a punto sia in termini di lavorabilità, ossia per poter avere una consistenza iniziale di almeno 20 cm (classe S5), con mantenimento per circa un'ora dalla fine del mescolamento ad almeno 15 cm (classe S4), che in termini di resistenza alla compressione cubica media risulta di almeno 130-140 MPa. Il rapporto acqua/legante è di circa 0,25.

I provini sono stati confezionati, utilizzando stampi in ac-

ciaio e, successivamente, vibrati mediante un tavolo ad elevata frequenza (200 Hz).

Dopo essere stati lasciati per 24 ore nello stampo, i provini sono stati stagionati in acqua a 20°C fino al momento della prova (normalmente a 28 gg. dalla data di confezionamento).

Per le prove sperimentali di determinazione della resistenza a compressione è stata utilizzata una macchina di prova in controllo di spostamenti.

##### 4.2 RISULTATI SPERIMENTALI

Nelle Figg. 8÷12, sono riportati i legami, determinati, in controllo di spostamento, sui provini cilindrici 10x20 cm, identificati con riferimento alle sigle di Tabella 7. Il comportamento osservato denota un carattere fortemente lineare. Inoltre, il raggiungimento della tensione di picco alla deformazione di circa il 3,5‰, è sostanzialmente caratteristico di tutte le prove.

#### 5. INFLUENZA DEL MODELLO DI CALCOLO ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) SUI DOMINI M-N

Come è noto, l'influenza del legame costitutivo del calcestruzzo, da un punto di vista meccanico, può essere sintetizzato tramite due parametri: il coefficiente di riempimento  $\alpha$  e la posizione della risultante delle compressioni, indicata con  $\zeta x$ , dove  $x$  è l'affondamento dell'asse neutro.<sup>5</sup>

I coefficienti  $\alpha$  e  $\zeta$  dipendono dai parametri  $\epsilon_{cu}$ ,  $\epsilon_{c0}$  e  $n$ , che caratterizzano il legame costitutivo.

Al fine di evidenziare maggiormente gli effetti delle differenze precedentemente descritti dei modelli costitutivi, sono stati costruiti dei domini di interazione, per sezioni in calcestruzzo non armato.

I domini di interazione ottenuti sono presentati in forma adimensionalizzata, mediante le classiche formule:

$$\mu = \frac{M}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2}$$

$$v = \frac{N}{f_{cd} \cdot b \cdot h}$$

dove le  $f_{cd}$  rappresentano la tensione di calcolo<sup>6</sup>, mentre,  $b$  e  $h$  rappresentano, rispettivamente, le misure della base e dell'altezza della sezione.

MIX DESIGN

TABELLA 6

Caratteristiche MIX	MIX1	MIX2
Rapp. microsilice/legante	0,25	0,25
Rapporto superfluidificante/cemento	0,015	0,015
Rapp. aggregati/legante	2	2
Rapp. acqua/legante	0,225	0,225
fibre (% in volume)	0	1
Spandimento ASTM, mm	200	200

<sup>4</sup> Lo studio rientra nel programma di prove eseguite per la caratterizzazione teorica-sperimentale del calcestruzzo (VHSC) utilizzato per il getto degli elementi prefabbricati piegati per la costruzione dell'impalcato del ponte sul naviglio bresciano presso Rezzato. Peraltro, la realizzazione degli elementi prefabbricati rappresenta la prima applicazione su scala industriale di calcestruzzi ad alte prestazioni in Italia nel settore della costruzione di strutture. L'impalcato, costituito da nove elementi prefabbricati, di larghezza 1,20 m, presenta una larghezza complessiva di 10,80 m ed una luce effettiva di calcolo di 11,80 m.

Le fasi di sviluppo tecnologico e di produzione degli elementi prefabbricati sono state sviluppate dalla Ditta Precompressi Centro Nord (PCN) di Cerano (NO) con il supporto del gruppo di ricerca del Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Milano e con il supporto della società CTG, Centro Tecnico del Gruppo Italcementi. Il progetto esecutivo dell'impalcato è dell'ing. M. Acito, quello del MIX del calcestruzzo VHSC è dell'ing. G. L. Guerrini del CTG.

MIX DESIGN UTILIZZATI PER I PROVINI

TABELLA 7

Sigla provino	1A4	1B4	1C4	2B4	2C4
mix	1	1	1	2	2

<sup>5</sup> Il coefficiente di riempimento  $\alpha$  è il rapporto tra l'area del diagramma ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) e l'area di un rettangolo, avente la stessa base e altezza. La posizione del punto di applicazione della risultante delle compressioni viene individuata con la distanza  $\zeta x$ , dove  $x$  rappresenta l'affondamento dell'asse neutro.

<sup>6</sup> Più precisamente, è la  $f_{cd}^*$ , per il DM96 e MC90, è la  $v f_{cd}^*$ , per la proposta A1-CAP, è la  $\beta_R$ , per la DIN.

Nelle Figg. 13, 14 e 15 sono mostrati i domini di interazione, costruiti con riferimento alle classi di resistenza  $R_{ck}$  pari a 70, 90 e 110 MPa e ai modelli DM96, MC90 e DIN.

I domini di interazione, calcolati in base ai diversi legami costitutivi evidenziano, una sostanziale coincidenza, benché i modelli presentino differenze importanti.

Nelle Tabelle 8 e 9 sono riportati i valori di  $\alpha$  e di  $\zeta$  valutati per i differenti modelli costitutivi analizzati. I valori evidenziano, ancora, per una assegnata classe di resistenza, salvo che per il modello lineare, una sostanziale coincidenza. Questa circostanza conferma che, a livello sezionale, non si producano differenze evidenti tra i domini, costruiti con riferimento ai codici di calcolo.

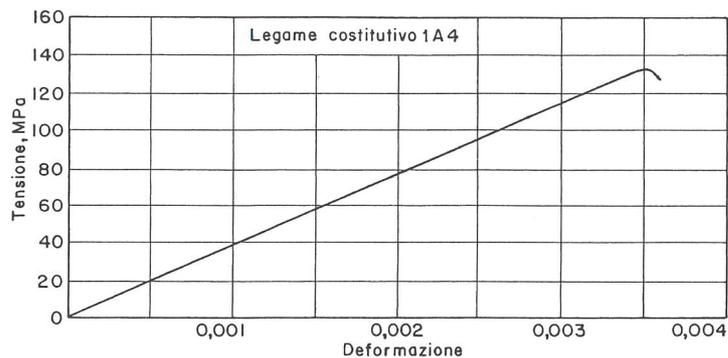


Fig. 8. Legame sperimentale provino 1A4

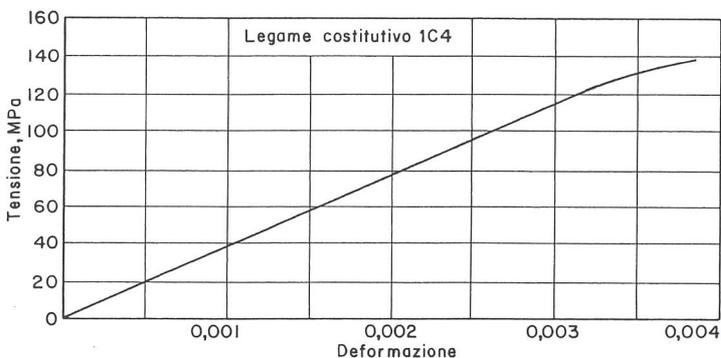


Fig. 9. Legame sperimentale provino 1C4

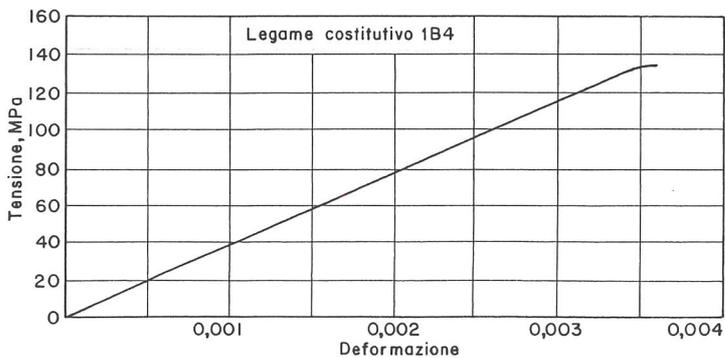


Fig. 10. Legame sperimentale provino 1B4

Nel caso, invece, si confrontino i domini costruiti con riferimento a classi di resistenza diverse, come in Fig. 16, si può osservare come l'aumento di fragilità determini una riduzione sempre più marcata dell'ampiezza del dominio all'aumentare della classe di resistenza del calcestruzzo<sup>7</sup>.

#### 6. INFLUENZA DEL MODELLO ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) IN FLESSIONE SEMPLICE E SUI DOMINI (M,N) PER SEZIONI IN C.A.

Allo scopo di evidenziare l'influenza dei modelli sul comportamento a rottura SLU, di sezioni in c.a. semplicemente inflesse, si sono sviluppate alcune simulazioni numeriche. In particolare, si è inteso evidenziare come ad un comportamento fragile del calcestruzzo, non sempre corrisponde una rottura di tipo fragile dell'intera sezione.

I risultati delle simulazioni vengono sintetizzati in Fig. 17, dove sono rappresentati gli andamenti della curvatura adimensionalizzata  $\chi^* = \chi d$ , al variare della percentuale geometrica di armatura  $\rho_s = A_s / bd$ . I risultati sono stati ottenuti in riferimento al modello MC90 e classe di resistenza cubica caratteristica variabile tra 50 e 110 MPa. Come è noto, il valore massimo dei diagrammi di Fig. 17 rappresenta la rottura bilanciata.

<sup>7</sup> I parametri che caratterizzano il modello di calcolo, ossia la deformazione ultima  $\epsilon_{cu}$ , la deformazione di vertice  $\epsilon_{c0}$  e la curvatura del tratto ascendente del diagramma  $n$ , influenzano il coefficiente di riempimento  $\alpha$  e il coefficiente  $\zeta$  in modo che, al diminuire di  $\epsilon_{cu}$  e di  $n$  e all'aumentare di  $\epsilon_{c0}$ ,  $\zeta$  ed  $\alpha$  diminuiscono. Peraltro, la diminuzione di  $\alpha$  risulta preponderante rispetto alla riduzione di  $\zeta$ , cosicché il dominio adimensionalizzato si restringe all'aumentare della fragilità del conglomerato. Infatti, a pari  $v$ , un calcestruzzo più fragile presenta un maggiore affondamento dell'asse neutro  $\xi$  e la risultante delle compressioni ha quindi un minore braccio, rispetto al baricentro della sezione, benché sia, nel contempo, diminuito  $\zeta$ .

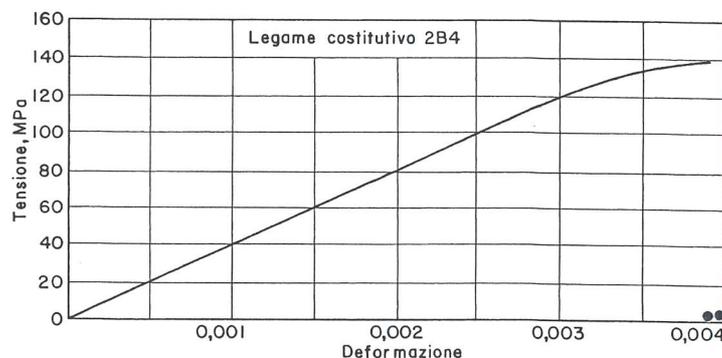


Fig. 11. Legame sperimentale provino 2B4

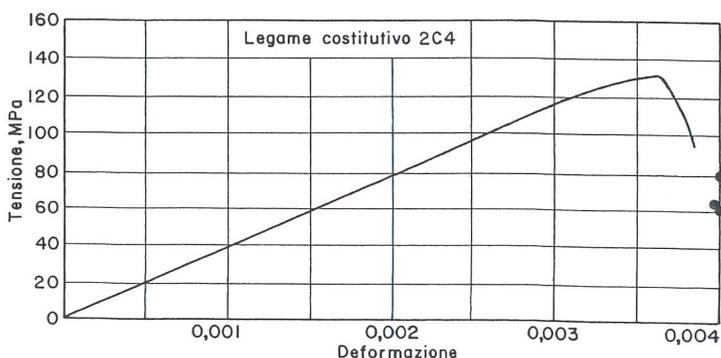


Fig. 12. Legame sperimentale provino 2C4

TABELLA 8

VALORI DEL COEFFICIENTE DI RIEMPIMENTO DEL DIAGRAMMA ( $\sigma$ - $\epsilon$ )

$\alpha$ coeff. riemp.	$R_{ck}=70$ MPa	$R_{ck}=90$ MPa	$R_v=110$ MPa
DM96	0,809524	-	-
AICAP	0,791667	0,722944	-
MC90	0,787256	0,731384	0,653846
DIN	0,728780	0,667190	0,626496
LINEARE	0,500000	0,500000	0,500000

Evidentemente, la circostanza che, con l'aumentare della classe di resistenza, la rottura bilanciata avvenga per percentuali di armatura maggiori e che le corrispondenti curvature siano solo leggermente inferiori, determina importanti riflessi sul comportamento strutturale, della sezione in c.a.. Ad esempio, tutte le volte che, in fase di servizio (SLS per tensioni normali, SLS per fessurazione, etc.) occorre predisporre forti armature; nel caso dei calcestruzzi ordinari il comportamento a rottura è di tipo fragile, ossia delle rotture con acciaio non snervato<sup>8</sup>. Nel caso di calcestruzzi ad alta resistenza, invece, è possibile soddisfare queste esigenze, con una rottura duttile.

## CONCLUSIONI

La sperimentazione sui cinque provini di calcestruzzo VHSC, per la determinazione del legame costitutivo, permette di evidenziare i seguenti aspetti:

1. il legame ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) è praticamente lineare sino a rottura;
2. coincidenza dei valori (qualunque essi siano) della deformazione di picco e della deformazione ultima;
3. i valori di deformazione di picco dei provini con fibre risul-

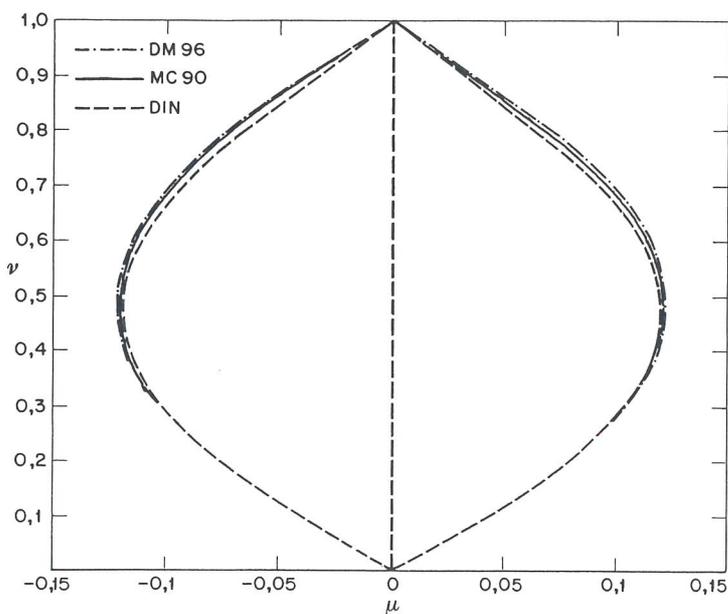
Fig. 13. Domini per calcestruzzi aventi  $R_{ck}=70$  MPa.

TABELLA 9

VALORI DELLA DISTANZA DELLA RISULTANTE DELLE COMPRESIONI SUL CALCESTRUZZO DAL LEMBO COMPRESSO DELLA SEZIONE

$\zeta$ posiz. risult.	$R_{ck}=70$ MPa	$R_{ck}=90$ MPa	$R_{ck}=110$ MPa
DM96	0,415966	-	-
AICAP	0,409539	0,388016	-
MC90	0,407707	0,388782	0,367647
DIN	0,386820	0,370487	0,362731
LINEARE	0,333333	0,333333	0,333333

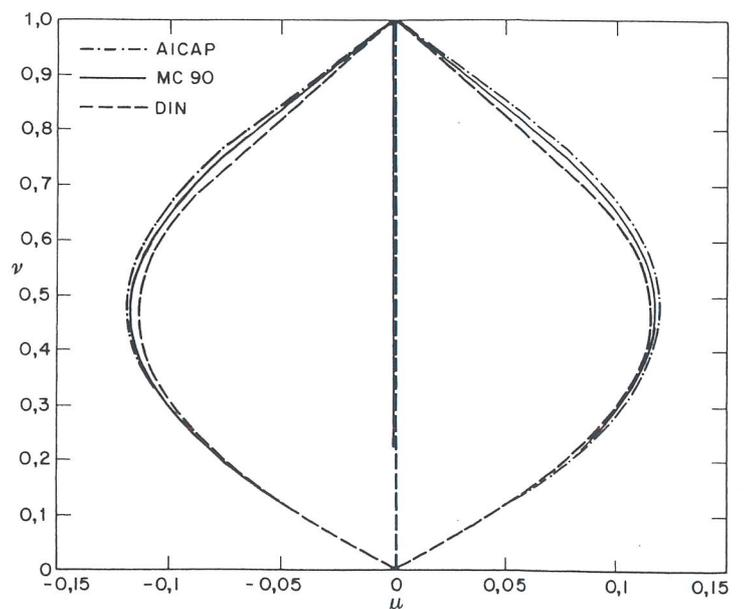
tano solo leggermente superiori di quella ottenuta sui provini senza fibre;

4. i valori di tensione, letti sui legami sperimentali, in corrispondenza dalle deformazioni ultime previste nei principali codici modelli MC90 e DIN, risultano notevolmente superiori a quelli di calcolo, previsti dagli stessi modelli;
5. pressoché perfetta verticalità del ramo post-picco.

Le simulazioni numeriche svolte permettono di evidenziare i seguenti aspetti:

1. esistono differenze importanti tra i modelli costitutivi a riguardo dei valori della tensione di calcolo, dei valori della deformazione ultima e di picco e della, più o meno, linearità del tratto ascendente;
2. i domini di interazione, calcolati in base ai diversi legami costitutivi evidenziano una sostanziale coincidenza, benché i modelli presentino differenze importanti;
3. l'analisi delle capacità resistenti di sezioni in calcestruzzo armato ad alta resistenza soggette a flessione semplice consente di osservare che la fragilità intrinseca del calcestruzzo ad

<sup>8</sup> Comportamento questo da evitare in una corretta progettazione.

Fig. 14. Domini per calcestruzzi con  $R_{ck}=90$  MPa.

alta resistenza non comporta necessariamente la fragilità del comportamento a rottura di una sezione realizzata in c.a.;

- per il legame lineare, i coefficienti  $\alpha$  e  $\zeta$  non variano al variare della resistenza del calcestruzzo, assumendo costantemente i valori costanti 0,5 e 1/3.

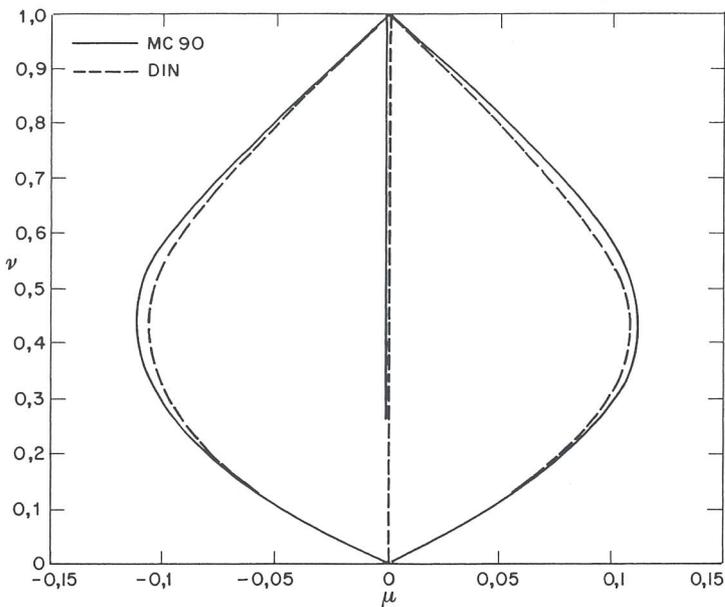


Fig. 15. Domini per calcestruzzi con  $R_{ck}=110$  MPa.

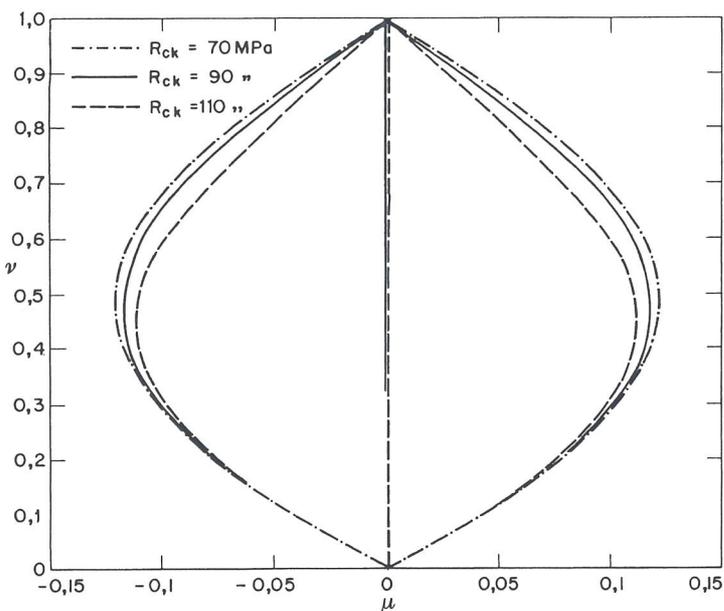


Fig. 16. Domini con modello CEB.

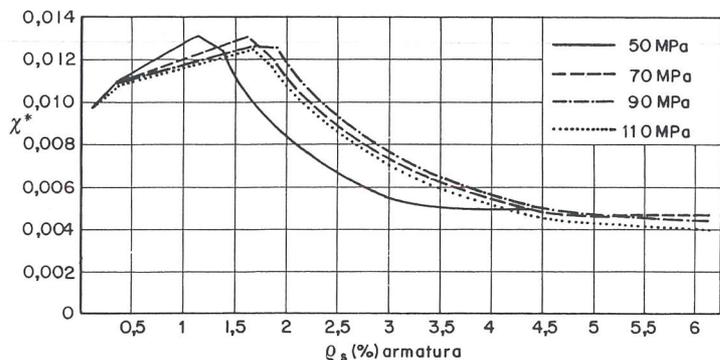


Fig. 17. Diagramma delle curvature adimensionalizzate (modello MC90).

## RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano l'ing. Giorgio Ballio, per il suo contributo sia nella predisposizione dei programmi che nello sviluppo delle simulazioni numeriche.

## BIBLIOGRAFIA

- [01] D.M. 09/01/1996: *Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso e per le strutture metalliche*. (Gazzetta Ufficiale del 05/02/1996 n°29).
- [02] M. LL.PP.: *Raccomandazioni tecniche sui calcestruzzi cementizi ad alta resistenza*, Giornale A.I.C.A.P., n.11 Novembre 1996, allegato a "L'industria italiana del cemento".
- [03] ACI 363R-92: *State of art report on high strength concrete*, Reported by Committee 363, 1992.
- [04] CEB-FIP Bollettino d'informazione n° 203-204-205: "Model Code 1990", Final Draft, Bulletin d'Information n. 203-204-205, Luglio 1991.
- [05] CEB-FIP Bollettino d'informazione n° 197: *High strength concrete- State of the art report*, Bulletin d'Information n. 197, Agosto 1990.
- [06] DIN 1045/07.88: *Integrazione a per le classi da B65 a B115*, Commissione Tedesca per il calcestruzzo armato DAfStb nell'Ist. Tedesco di Unificazione delle Norme, Scharren Strasse 2-3, D-10178 Berlino centro.
- [07] CEB Bollettino d'informazione n° 228: *High performance concrete, recommended extensions to the Model Code 90, research needs*, C.E.B. Bulletin d'information n.228, July 1995.
- [08] M. ACITO, G.L. GUERRINI, A. MIGLIACCI, *Characteristic compressive strength of very high strength cement-base materials*, 5<sup>th</sup> International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete 1999 – Sandefjord, Norway.
- [09] M. ACITO, G.L. GUERRINI, A. MIGLIACCI, *A statistical evaluation of specimen size and shape effects on compressive strength of the VHSC and VHSFRC*, 5<sup>th</sup> International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete 1999 – Sandefjord, Norway.
- [10] G. MCGREGOR et altri: *Statistical Descriptions of strength of concrete*, ASCE Journal, June 1979, pp. 1021-1037.
- [11] F. M. BARTLET ET G. MACGREGOR, *Statistical Analysis of the Compressive Strength of Concrete in Structures*, ACI Material Journal, V. 93, No. 2, March-April 1996.
- [12] R. L. CARRASQUILLO, F.O. SLATE, A.H. NILSON, *Microcracking and Behaviour of HSC subject to Short-Term Loading*, ACI-Journal, Proceedings V. 78, No. 3, Maggio-Giugno 1981, pp.179-186.
- [13] T. H. WEE ET ALTRI, *Stress-strain relationship of High-Strength Concrete in compression*, Journal of Materials in Civil Engineering, May 1996.
- [14] M. ACITO, G.L. GUERRINI, *On the correlation between the modulus of elasticity and the compressive strength in VHSC*, 5<sup>th</sup> International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete 1999 – Sandefjord, Norway.
- [15] P. ALAEJOS GUTIERREZ, M. FERNANDEZ CANOVAS, *The modulus of elasticity of high performance concrete*, Materials and structures, 28, pag. 559-568, 1995.
- [16] S. SMEPLASS, H. JUSTENES, E.J. SELLEVOLD, T. RONNING, *Results from the Norwegian Research Project: Materialutvikling Hoyfast Betong*, Report available from the Cement and Concrete Research Institute, Trondheim (1990).
- [17] M. SARGIN, *Stress-strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections*, Solid Mech. Div. Waterloo, Ontario, Canada, study n. 4.
- [18] S. POPOVICS, *Strength and related properties of concrete- A quantitative approach*, Wiley Ed., 1998.
- [19] EC2-ENV 206: *Progettazione delle strutture cementizie, Parte 1: regole generali e regole per gli edifici*.
- [20] COMMISSIONE "CALCESTRUZZI SPECIALI" DI AICAP: *Documento di studio sulla progettazione e la realizzazione di opere di conglomerato cementizio ad alta resistenza*, Giornate AICAP, 8-9 Giugno 1995.