

UN MODELLO DI DANNO FRAGILE PER MEZZI POROSI: ESEMPI DI APPLICAZIONE

G. Caramiello¹, A. Montanino¹, G. Scelsi¹, M. L. De Bellis², G. Della Vecchia¹, A. Pandolfi¹

¹*Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale
gianluca.caramiello@polimi.it, andrea.montanino@polimi.it, giulia.scelsi@mail.polimi.it,
gabriele.dellavecchia@polimi.it, anna.pandolfi@polimi.it*

²*Università del Salento, Dipartimento di Ingegneria dell'Innovazione
marialaura.debellis@unisalento.it*

Sommario

Si presenta un approccio accoppiato per modellare il danneggiamento indotto da sollecitazioni idrauliche e meccaniche in ammassi rocciosi. Il danneggiamento del materiale è legato alla formazione a scala microstrutturale di diverse famiglie di fratture parallele, annidate una nell'altra, ciascuna caratterizzata da una propria orientazione e spaziatura. La semplicità della geometria delle fratture permette di esprimere analiticamente la variazione di porosità e di permeabilità causate dal progressivo danneggiamento del materiale. Si illustrano alcune simulazioni, sia a livello di punto di volume sia come problema al contorno, per mettere in evidenza i potenziali campi di applicazione del modello, tra i quali si individuano la stabilità di perforazioni in roccia e l'ottimizzazione di processi di fratturazione idraulica.

1. Introduzione

Fratture e discontinuità sono alcune tra le caratteristiche fondamentali delle strutture geologiche, principalmente a causa degli effetti rilevanti che esse hanno sul comportamento idraulico e meccanico degli ammassi rocciosi. Dal punto di vista ingegneristico, il problema della formazione di fratture in mezzi geologici e della loro evoluzione spazio-temporale è molto rilevante non solo nell'ambito civile e ambientale, ma anche minerario e petrolifero: la valutazione della permeazione di fluidi in scavi sotterranei e la previsione dell'integrità di giacimenti per lo stoccaggio di anidride carbonica o di rifiuti pericolosi costituiscono due esempi importanti. La fratturazione dell'ammasso roccioso può essere anche l'obiettivo di un particolare intervento da parte dell'uomo: nell'ambito dell'ingegneria del petrolio è ormai pratica comune incrementare la produttività di giacimenti non convenzionali di idrocarburi con la tecnica della fratturazione idraulica (fracking). Il processo di danneggiamento ha conseguenze particolarmente evidenti sulla risposta idro-meccanica accoppiata del materiale, poiché le fratture che si sviluppano a seguito di sollecitazioni sia idrauliche che meccaniche modificano in modo potenzialmente rilevante la permeabilità del mezzo. Inoltre la variazione di permeabilità influenza la distribuzione spazio-temporale delle pressioni interstiziali, e di conseguenza lo stato tensionale efficace. In questo ambito, è stato recentemente proposto un modello costitutivo di danno fragile per materiali geologici, volto a valutare gli effetti del danneggiamento del materiale sulla permeabilità dell'ammasso roccioso. Il modello è basato sulla definizione esplicita, a livello di volume rappresentativo, di una distribuzione di famiglie annidate di fratture parallele ed equispaziate, in cui si impone la congruenza delle deformazioni e si soddisfa l'equilibrio fino al più basso livello micro-strutturale. La distribuzione delle fratture prevista dal modello, sia in termini di orientazione che di spaziatura, è ottenuta con un approccio variazionale basato su una formulazione

termodinamica, ovvero sulla introduzione di un lavoro incrementale di deformazione che include sia l'energia reversibile sia quelle dissipative proprie del comportamento del materiale. Dopo una breve descrizione del modello costitutivo, si illustrano alcune applicazioni relative alla validazione del modello a livello di punto di volume e alla simulazione di problemi al contorno di interesse nell'ambito dell'ingegneria del petrolio.

2. Il modello di danno fragile

2.1 Equazioni costitutive

Le equazioni del modello di danno fragile per cinematica linearizzata sono discusse in De Bellis et al (2016). La versione in cinematica finita è descritta in De Bellis et al (2017). Il modello è caratterizzato da una sequenza di microstrutture annidate, ciascuna caratterizzata da una spaziatura L_k e da una orientazione \mathbf{N}_k , che si sviluppano all'interno di una matrice omogenea. Per semplicità, nel seguito si farà riferimento alla descrizione teorica del modello considerando una sola famiglia di discontinuità, caratterizzata da una spaziatura L e una normale al piano della frattura \mathbf{N} . La descrizione cinematica del materiale prevede che la deformazione totale $\boldsymbol{\varepsilon}$ sia la somma della deformazione della matrice omogenea $\boldsymbol{\varepsilon}_m$ e della deformazione dovuta allo scorrimento/apertura delle discontinuità $\boldsymbol{\varepsilon}_f$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_m + \boldsymbol{\varepsilon}_f \quad (1)$$

Dalla cinematica linearizzata delle fratture (Pandolfi et al, 2006) risulta che la deformazione dovuta alle discontinuità è funzione del salto di spostamento Δ (spostamento relativo tra due punti inizialmente coincidenti e appartenenti alle due superfici opposte della frattura)

$$\boldsymbol{\varepsilon}_f = \frac{1}{2L} (\Delta \otimes \mathbf{N} + \mathbf{N} \otimes \Delta), \quad (2)$$

dove il simbolo \otimes indica il prodotto diadico tra due vettori. Si assume per semplicità un comportamento elastico lineare isotropo della matrice intatta, completamente definito dai parametri E (modulo di Young) e ν (coefficiente di Poisson). La discontinuità è descritta attraverso una teoria coesiva standard, dove si assume che l'apertura progressiva della frattura sia contrastata dalla trazione (forza per unità di superficie) coesiva. Il legame tra la trazione coesiva \mathbf{T} e il salto di spostamento Δ è fornito dalla cosiddetta 'legge coesiva' $\mathbf{T}(\Delta)$. Nel particolare modello qui descritto, la legge coesiva è espressa attraverso l'introduzione di una variabile scalare Δ , detta apertura efficace, definita come una media pesata degli spostamenti normale Δ_N e tangenziale Δ_S :

$$\Delta = \sqrt{\Delta_N^2 + \beta^2 \Delta_S^2}, \quad (3)$$

Fisicamente il parametro β rappresenta il rapporto tra la resistenza a taglio e la resistenza a trazione della matrice. Assumendo un punto di vista termodinamico, si ipotizza l'esistenza di un'energia coesiva per unità di superficie, $\phi(\Delta, \mathbf{q})$, che dipende dalla apertura efficace Δ e da un opportuno set di variabili interne \mathbf{q} , che descrivono lo stato di danneggiamento delle fratture. La legge coesiva $T=T(\Delta, \mathbf{q})$ si ottiene in termini scalari, derivando l'energia coesiva rispetto a Δ , come trazione efficace $T = d\phi(\Delta, \mathbf{q})/d\Delta$. Nel caso più semplice la legge coesiva può essere espressa con una legge lineare decrescente, dipendente da due parametri: la resistenza a trazione del materiale T_c e il tasso di rilascio di energia G_c . In accordo al modello, la resistenza a trazione T_c è la massima trazione efficace che il materiale è in grado di sopportare prima della formazione della frattura, mentre G_c rappresenta l'area sottesa dalla legge coesiva. Assumendo un comportamento elastico lineare durante percorsi di scarico e

ricarico, l'unica variabile interna necessaria al modello è il massimo valore q del salto di spostamento efficace registrato dalla frattura.

Un ulteriore contributo dissipativo da includere nella descrizione termodinamica del modello è la dissipazione attrittiva, che agisce per movimenti di scorrimento tangenziale delle superfici delle fessure quando esse sono completamente richiuse. Il contributo attrittivo incluso mediante un potenziale duale di dissipazione per unità di superficie di frattura ψ^* , che per attrito alla Coulomb si esprime come

$$\psi^* = \mu \max \{0, -(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{N}) \cdot \mathbf{N}\} |\dot{\Delta}|, \quad (4)$$

essendo μ il coefficiente di attrito, $\boldsymbol{\sigma}$ il tensore degli sforzi efficaci e $|\dot{\Delta}|$ la norma del salto di spostamento incrementale.

2.2 Soluzione numerica

Dato un processo di deformazione incrementale, si suppone che lo stato del materiale al tempo t_n sia noto. L'obiettivo della soluzione numerica è quello di individuare lo stato del materiale al tempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ per una data deformazione totale $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$. In accordo con De Bellis et al (2016), è possibile definire nell'intervallo temporale Δt un lavoro di deformazione incrementale $E_n(\boldsymbol{\varepsilon}_m, \Delta, q)$ definito come:

$$E_n(\boldsymbol{\varepsilon}_m, \Delta, q) = W^m(\boldsymbol{\varepsilon}_m) + \frac{1}{L} \phi(\Delta, q) + \frac{\Delta t}{L} \psi^* \left(\frac{\Delta - \Delta_n}{\Delta t}, \boldsymbol{\varepsilon}, \Delta \right), \quad (5)$$

dove W^m è l'energia di deformazione elastica per unità di volume del mezzo poroso, ϕ è l'energia coesiva per unità di superficie fratturata e ψ^* rappresenta l'energia dissipata per attrito nell'intervallo Δt . La soluzione del problema è ottenuta minimizzando il lavoro di deformazione incrementale rispetto alle variabili q e Δ , nel soddisfacimento dei vincoli di impenetrabilità delle facce della frattura ($\Delta_N \geq 0$) e di irreversibilità nell'apertura delle fratture ($q \geq q_n$). Con l'inclusione di un ulteriore termine dissipativo che dipende da un parametro di scala L_0 legato alla microstruttura del materiale e imponendo un vincolo sulla norma unitaria del versore \mathbf{N} , la minimizzazione del lavoro di deformazione incrementale rispetto alle ulteriori variabili \mathbf{N} ed L fornisce altresì la spaziatura e l'orientazione delle fratture. Infine, il modello predice in modo selettivo la rottura del materiale a trazione (secondo il criterio di Galileo-Rankine) o a taglio (secondo il criterio di Mohr-Coulomb). Si dimostra che nel caso di rottura alla Mohr-Coulomb vale la relazione $\beta = \mu$.

2.3 Evoluzione della permeabilità

La cinematica esplicita delle fratture che caratterizza il modello permette la definizione analitica della parte di porosità e permeabilità del materiale legata direttamente all'apertura delle discontinuità. In particolare, per il tensore di permeabilità \mathbf{k} si assume una decomposizione additiva:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}^f + \mathbf{k}^m, \quad (6)$$

dove \mathbf{k}^m è la permeabilità della matrice, dipendente dalla porosità della matrice n^m attraverso una relazione ispirata a Kozeny-Carman e \mathbf{k}^f è la permeabilità legata alle fratture:

$$\mathbf{k}^m = C_{KC} \frac{(n^m)^3}{(1 - n^m)^2} \mathbf{I} \quad \mathbf{k}^f = \frac{\Delta_N^3}{12L} (\mathbf{I} - \mathbf{N} \otimes \mathbf{N}), \quad (7)$$

essendo \mathbf{I} il tensore identità e C_{KC} una costante del materiale, cf. De Bellis et al (2016, 2017).

3. Applicazione alla scala di laboratorio: prove triassiali

Allo scopo di valutare le capacità predittive del modello costitutivo, sono state effettuate delle simulazioni numeriche di prove triassiali su roccia. A titolo esemplificativo, nella nota sono presentati due esempi riportati in De Bellis et al. (2016, 2017), a cui si rimanda per i dettagli sui parametri costitutivi. La Figura 1 mostra la simulazione di una prova triassiale effettuata su di un granito (Inada granite, Kyiama et al, 1996) alla pressione di confinamento di 5 MPa, in termini di deformazione assiale in funzione della deformazione deviatorica. Il modello è in grado di riprodurre correttamente la relazione lineare tra tensioni e deformazioni fino alla rottura, quest'ultima caratterizzata da una brusca riduzione della resistenza che si assesta su un valore residuo. La rottura (De Bellis et al, 2016) coincide con l'insorgere della dilatanza nel provino, e quindi con un incremento di porosità e di conducibilità idraulica, in accordo con i dati sperimentali. Il modello è stato utilizzato anche per riprodurre il comportamento in condizioni triassiali di rocce sedimentarie. In Figura 2 è riportata l'evoluzione della permeabilità in direzione verticale di un provino di arenaria (Berea sandstone, Morita et al, 1992) durante la fase di taglio. Il provino, confinato con uno sforzo radiale di 7 MPa, mostra una prima fase nella quale la permeabilità si riduce al crescere dello sforzo verticale. Durante questa fase il materiale si deforma in modo reversibile e la riduzione di permeabilità è legata alla riduzione di porosità della matrice. Una volta giunto a rottura, il modello prevede la nascita di una famiglia di fratture, la cui apertura è causa della dilatanza, osservata a livello fenomenologico, e dell'aumento di permeabilità. Si noti che la simulazione delle prove triassiali è stata effettuata a livello puramente costitutivo, e quindi non si può rilevare l'effetto di redistribuzione tensionale a seguito del danneggiamento del materiale che si avrebbe simulando un problema al contorno.

4. Applicazione alla scala dell'opera ingegneristica: fratturazione indotta dallo scavo di un pozzo in ammasso roccioso

Il modello costitutivo è stato implementato in un codice ad elementi finiti, sviluppato presso il Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale del Politecnico di Milano. Come esempio di applicazione, si presenta la simulazione tridimensionale dello scavo di un pozzo verticale di raggio 1 m in un deposito di terreno costituito da arenaria di Darley Dale (per i parametri meccanici utilizzati si rimanda a De Bellis et al, 2016). Il dominio computazionale, mostrato in Figura 3, è costituito da uno strato quadrato di lato 40 m e altezza 1 m, perpendicolare all'asse del pozzo. La mesh consiste in 8.010 nodi e 36.086 elementi tetraedrici. L'analisi è stata svolta per valutare l'entità della concentrazione degli sforzi nell'intorno di un pozzo, caratterizzato da uno stato tensionale *far-field* anisotropo anche nel piano orizzontale. In particolare le simulazioni sono state svolte per diversi valori del rapporto S_H/S_h , rispettivamente lo sforzo *far-field* orizzontale massimo e minimo. La simulazione dello scavo è effettuata rimuovendo in sequenza gli elementi all'interno dello scavo stesso, dal centro verso la periferia. All'avanzare dello scavo del pozzo, il modello predice l'evoluzione della concentrazione delle tensioni intorno al foro, e la formazione di zone di rottura a taglio, in corrispondenza dello sforzo deviatorico massimo sul diametro del pozzo, e a trazione. A titolo di esempio la Figura 4 mostra gli elementi caratterizzati dalla presenza di fratture indotte da sforzi di taglio per due diversi rapporti S_H/S_h (pari a 3 e 4, rispettivamente). Coerentemente con quanto atteso, al crescere dell'anisotropia tensionale nel piano orizzontale cresce l'ampiezza della zona soggetta a rottura a taglio (*breakout* nel gergo dell'ingegneria del petrolio). Come atteso, inoltre, i *breakout* sono correttamente centrati nella direzione dello sforzo *far-field* orizzontale minimo.

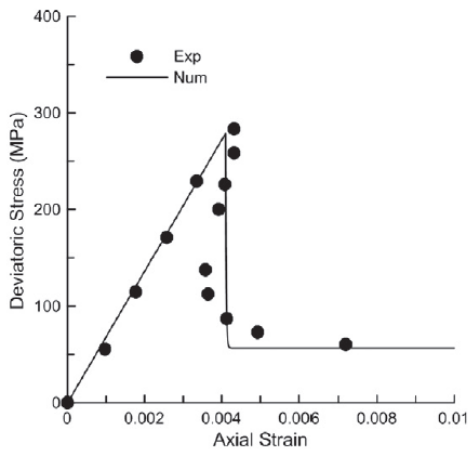


Fig 1. Evoluzione dello sforzo deviatorico in funzione della deformazione assiale per un provino di granito di Inada (De Bellis et al, 2016)

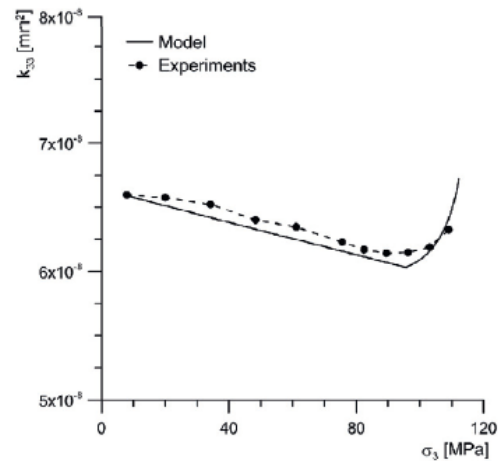


Fig 2. Evoluzione della permeabilità verticale in funzione dello sforzo verticale per un provino di arenaria di Berea (De Bellis et al, 2017)

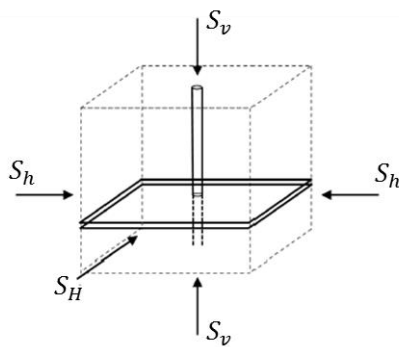


Fig 3. Schema dello scavo del pozzo

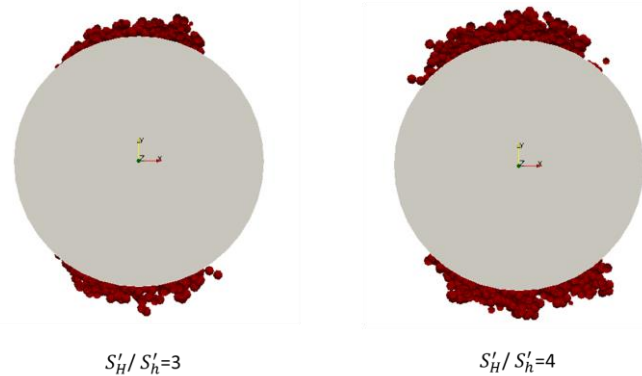


Fig 4. Evoluzione delle zone soggette a rotture a taglio variare dell'anisotropia dello stato tensionale far-field (Scelsi, 2017)

5. Applicazione alla scala del giacimento: fratturazione idraulica

Come ultima applicazione si presenta la simulazione alla scala del giacimento di un processo di fratturazione idraulica. La fratturazione idraulica induce la creazione e propagazione di fratture a partire da una cavità riempita con un fluido ad alta pressione. Nell'ambito delle applicazioni energetiche, la procedura mira ad incrementare la produttività di giacimenti non convenzionali, i cui materiali costituenti sono caratterizzati da permeabilità naturali così basse da non rendere possibile l'uso di tecniche di estrazione tradizionali. La simulazione del processo di fratturazione idraulica è effettuata implementando il modello costitutivo di danno fragile in un codice a elementi finiti tridimensionale che risolve numericamente il problema idro-meccanico accoppiato. La sovrappressione idraulica viene simulata incrementando la pressione interstiziale in tutti i nodi di un piccolo volume interessato dal processo di pressurizzazione. Di conseguenza, lo stato tensionale efficace nella zona dell'intervento viene modificato, causando rotture a taglio e a trazione, responsabili dell'incremento di permeabilità della roccia. A titolo di esempio, in Figura 5 è mostrato lo schema di un trattamento di fratturazione idraulica. Lo stato tensionale *far-field* è caratterizzato da uno sforzo verticale di 60 MPa, orizzontale minimo di 40 MPa e orizzontale massimo di 50 MPa. La pressione del fluido negli elementi posti al centro del dominio viene incrementata linearmente da 0 a 90 MPa in 200 s, poi è mantenuta costante fino a 600 s. I parametri utilizzati nella simulazione sono: $E=60$ GPa, $\nu=0.2$, $T_c=25$ MPa, $\mu=0.6$, $G_c=500$ N/m, $L_0/\Delta_c=1000$, $\rho_{sat}=2500$ kg/m³. Le

conseguenze in termini di conducibilità idraulica sono mostrate in Figura 6. Le zone interessate dall'incremento di pressione subiscono rotture, incrementando la conducibilità idraulica di 4 ordini di grandezza rispetto del valore iniziale (assunto pari a 10^{-18} m^2 , corrispondente a una porosità di 0.05). Dato che il codice consente la valutazione quantitativa dell'incremento di permeabilità, nonché la stima del volume fratturato e della estensione delle superficie di frattura, si dispone di uno strumento utile per una stima non solo dell'efficacia degli interventi di fratturazione, ma anche delle possibili interazioni con l'ambiente circostante.

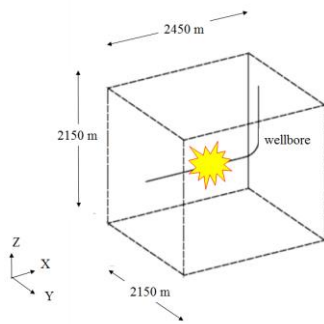


Fig 5. Schema dell'intervento di fratturazione idraulica

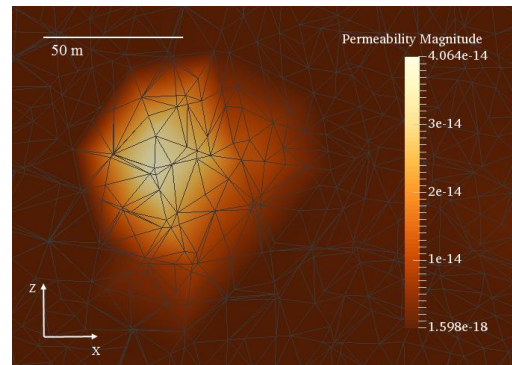


Fig 6. Permeabilità (valori in m^2) in seguito all'intervento di fratturazione idraulica: tempo $t=600 \text{ s}$

6. Conclusioni

Nella nota è stato presentato un modello costitutivo di danno fragile, caratterizzato da microstrutture nella forma di famiglie annidate di fratture parallele coesive/frizionali, che si presta alla simulazione del comportamento idro-meccanico di materiali geologici. A livello microstrutturale, ciascuna famiglia di fratture è caratterizzata da una particolare orientazione e apertura, calcolabile in base a considerazioni di ottimalità energetica. Il chiaro significato fisico dei diversi parametri introdotti e la consistenza dell'approccio energetico fa sì che il modello riesca a riprodurre il comportamento idro-meccanico di rocce fratturate anche con un numero limitato di parametri. Le potenzialità del modello sono state dimostrate da simulazioni che spaziano da prove di laboratorio a problemi geotecnici in grande scala.

Bibliografia

- Della Vecchia G., De Bellis M.L., Pandolfi, A. (2016). "A multiscale microstructural model of damage and permeability in fractured solids". *Procedia Engineering* 158, 21-26.
- De Bellis M.L., Della Vecchia G., Ortiz M., Pandolfi A. (2016). "A linearized porous brittle damage material model with distributed frictional-cohesive faults". *Engineering Geology* 215, 10-24.
- De Bellis, M.L., Della Vecchia G., Ortiz M., Pandolfi A. (2017). "A multiscale model of distributed fracture and permeability in solids in all-around compression". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 104, 12-31.
- Kiyama T., Kita H., Ishijima Y., Yanagidani T., Aoki K., Sato T. (1996) "Permeability in anisotropic granite under hydrostatic compression and triaxial compression including post-failure region." In 2nd North American Rock Mechanics Symposium. American Rock Mechanics Association.
- Morita N., Gray K.E., Srouji F.A.A., Jogi P.N. (1992). "Rock-property changes during reservoir compaction" *SPE Formation evaluation* 7, 197-206.
- Pandolfi A., Conti S., Ortiz M. (2006). "A recursive-faulting model of distributed damage in confined brittle materials". *J. Mech. Phys. Solids* 54, 1972-2003.
- Scelsi, G. (2017). Determinazione dello stato di sforzo in situ a partire da dati di scavo di pozzo. Tesi di Laurea Magistrale discussa presso il Politecnico di Milano.