

Un elemento di interfaccia per la modellazione delle linee di cordonatura in laminati sottili

Anna Ferrara, Andrea Giampieri, Umberto Perego
Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano
aferrara@stru.polimi.it, giampieri@stru.polimi.it, umberto.perego@polimi.it

Parole chiave: elementi di guscio, elementi di interfaccia, linee di cordonatura

SOMMARIO

Nella tecnologia di produzione dei laminati a base di carta e cartone per scopi industriali si ricorre all'utilizzo di linee di pre-piegatura, dette anche linee di cordonatura, allo scopo di ottenere pieghe rettilinee con spigoli vivi e minimizzare l'insorgere ed il propagarsi di difetti o increspature.

In questo lavoro si intende modellare la risposta meccanica delle linee di cordonatura in modo da elaborare un codice di calcolo ad elementi finiti in grado di ottimizzare la progettazione dei laminati, i cui punti critici risiedono nella realizzazione delle pieghe multiple e dei vertici.

Si propone un nuovo elemento di interfaccia, la cui cinematica è conforme a quella dell'elemento finito di guscio MITC4 proposto da Bathe [1]. L'approccio utilizzato è di tipo lagrangiano in grandi spostamenti, grandi rotazioni e piccole deformazioni.

Per la modellazione dell'interfaccia sono state esaminate due possibili soluzioni: (i) l'elemento di interfaccia si ottiene degenerando la cinematica dell'elemento di guscio; (ii) l'interfaccia è pensata come un solido continuo.

ABSTRACT

In the technology of industrial production of paper laminated sheet it is common practice to use crease lines in order to obtain folds with sharp edges and to minimize the initiation and propagation of flaws during the folding procedures.

In this work the mechanical behavior of crease lines is modelled and implemented in a finite element tool devoted to the optimization of the laminate sheet design, whose critical situations occur at the multiple folds, located along the edges and in the corners.

A new interface element is proposed, whose kinematics is derived from the MITC4 shell element proposed by Bathe [1]. A Lagrangian approach is used, in the frame of small deformations, large displacements and rotations.

Two different solutions have been considered in the modeling of the interface element: (i) the element is obtained through the degeneration of the shell kinematics; (ii) the element is thought as a continuum solid body connecting two shell elements.

1. ELEMENTO DI INTERFACCIA DEGENERATO

L'elemento di interfaccia proposto si ottiene degenerando la cinematica dell'elemento di guscio MITC4 [1]; si tratta di un elemento a due nodi, in cui si effettua quindi un'interpolazione di tipo lineare delle quantità nodali.

La cinematica dell'elemento di guscio a quattro nodi nell'ambito dei grandi spostamenti è descritta, per ogni nodo, da tre gradi di libertà rappresentativi dello spostamento nel riferimento cartesiano globale, a partire dalla configurazione iniziale, e da due gradi di libertà di incremento di rotazione, a partire dalla configurazione al passo temporale precedente; i due gradi di libertà

rotazionali (il grado di libertà *drilling* non viene utilizzato) consentono di aggiornare la direzione dei versori direttori, ovvero quei vettori che individuano in ogni nodo la giacitura della fibra trasversale del guscio.

L'elemento di interfaccia viene costruito degenerando l'elemento a 4 nodi in un elemento di linea, i cui nodi si ottengono calcolando la posizione media dei nodi dell'elemento di guscio genitore, (fig.1); ogni nodo presenta quattro gradi di libertà: tre componenti, nel sistema di riferimento cartesiano globale, del salto di spostamento tra i nodi dell'elemento di guscio genitore, ed un grado di libertà rotazionale, che rappresenta l'angolo di apertura relativa intorno all'asse di interfaccia tra i versori direttori dei nodi dell'elemento di guscio genitore.

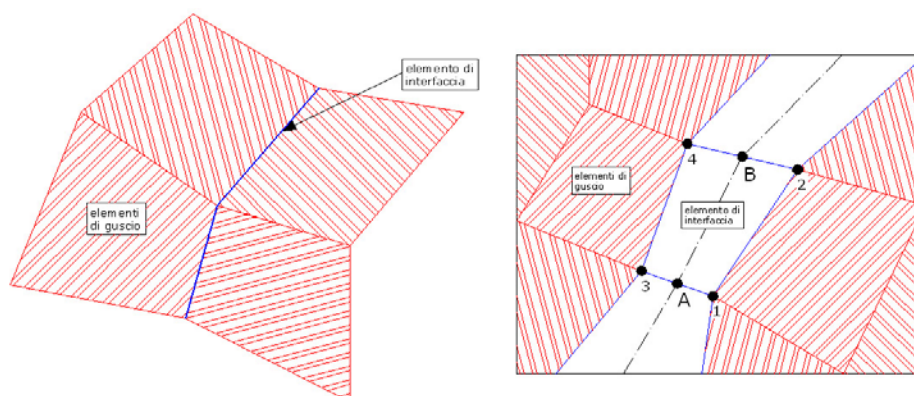


Figura 1: geometria dell'elemento di interfaccia degenerato.

Per la descrizione della rotazione relativa tra i direttori è necessario definire una terna di riferimento ortogonale locale, costruita utilizzando la linea d'asse dell'elemento di interfaccia ed il versore direttore medio rispetto ai direttori dei nodi dell'elemento di guscio genitore. Come grado di libertà di apertura relativa tra i direttori si è scelto di considerare solo la rotazione attorno all'asse dell'elemento di interfaccia, componente che viene considerata di maggiore rilievo per la descrizione del comportamento meccanico delle linee di cordonatura.

L'angolo di incremento di rotazione relativa viene calcolato nell'ipotesi di piccole rotazioni nel passo di avanzamento temporale; tale angolo viene aggiornato aggiungendo gli incrementi di rotazione ad ogni passo; la rotazione relativa è quindi una quantità scalare che definisce la rotazione attorno ad un asse materiale mobile; il problema delle grandi rotazioni viene trattato cioè come una sequenza di piccole rotazioni incrementali attorno ad un asse mobile.

Per la descrizione del comportamento meccanico si introducono i vettori di sforzo generalizzato, le cui componenti sono rispettivamente il momento flettente attorno all'asse di interfaccia, il taglio fuori piano, l'azione assiale, ed il taglio nel piano, ovvero le quantità coniugate in lavoro alle deformazioni generalizzate utilizzate come gradi di libertà nella descrizione cinematica dell'elemento di interfaccia.

2. ELEMENTO DI INTERFACCIA SOLIDO

In questo secondo caso l'elemento di interfaccia è pensato costituito dall'insieme di due superfici piane disposte da parti opposte rispetto alla linea di cordonatura; ciascuna delle quali appartiene all'elemento di guscio posto alla sinistra (-) ed alla destra della linea di cordonatura (+), (fig.2).

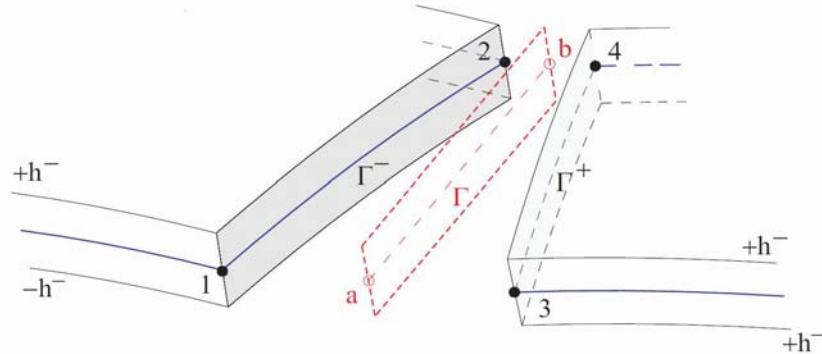


Figura 2: geometria dell'elemento di interfaccia solido.

L'interfaccia è modellata come un elemento finito a 4 nodi. Ai fini di identificare univocamente la configurazione deformata di tale elemento si considera la superficie media tra le due facce adiacenti. Sulla superficie media è possibile definire un sistema di riferimento ortogonale locale, caratterizzato dalla direzione normale e da due direzioni tangenti alla superficie media, di cui una diretta secondo la linea di cordonatura a-b.

Le variabili cinematiche nodali sono cinque: tre componenti di spostamento relativo nodale, definite rispetto al riferimento globale, e due componenti del vettore rotazione relativa, definite rispetto alla base locale tangente.

Si assume che in corrispondenza dell'interfaccia esista una discontinuità nel campo di spostamento. In accordo alla cinematica dei gusci tale salto sarà definito come somma del salto di spostamento dei nodi della linea media ed il salto di spostamento dovuto alla rotazione del direttore. La legge costitutiva è formulata in termini di forze superficiali e salto di spostamento.

La matrice di rigidità dell'elemento, e quindi le forze nodali coniugate alle variabili cinematiche, è determinata secondo la procedura standard di minimizzazione dell'energia potenziale totale, in virtù del comportamento elastico ipotizzato per il materiale. L'integrazione numerica lungo lo spessore consente di modellare la linea di cordonatura come un elemento multistrato con possibili variazioni delle proprietà meccaniche lungo lo spessore.

Questo approccio potrebbe rivelarsi utile nella simulazione dei fenomeni di danneggiamento e instabilità locale che si presentano nella linea di cordonatura durante il processo di piegatura.

3. LEGAME COSTITUTIVO

Le difficoltà di scelta di un adeguato legame costitutivo per l'elemento di interfaccia risiedono nella complessità dei fenomeni che insorgono all'atto della piegatura, come il danneggiamento interlaminare e la delaminazione tra i vari strati che compongono il foglio in cartone.

Per la comprensione dei meccanismi di danneggiamento in atto sono state eseguite prove di carico virtuali utilizzando il codice commerciale Abaqus in coppia con una routine di modellazione della risposta del materiale cartaceo basata sul modello di Xia [2] e sviluppata presso l'università di Lund. Da tale indagine si sono individuate le curve caratteristiche di risposta macroscopica delle linee di cordonatura, su cui è possibile formulare una prima proposta di legame costitutivo per l'elemento di interfaccia.

Ai fini della modellazione della risposta meccanica delle linee di cordonatura si è optato per un legame di tipo elastico-perfettamente plastico con legge di scorrimento associata. Il legame

costitutivo è espresso in termini di: (i) sforzi e deformazioni generalizzati per l'elemento di tipo degenerato; (ii) forze superficiali e salto di spostamento per quello continuo. Nel primo caso si è usato un dominio elastico, nel piano *momento-azione assiale*, analogo ai domini di interazione definiti nell'analisi limite delle piastre tensoinflesse, (fig.3). La prima proposta per tale dominio è basata sul comportamento limite di un materiale omogeneo con comportamento simmetrico a trazione e compressione.

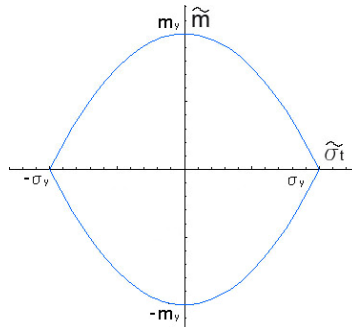


Figura 3: superficie limite nel piano degli sforzi generalizzati.

In una seconda fase, dopo una campagna sperimentale più approfondita, sarà possibile avere migliori informazioni per la definizione di un legame elasto-plastico con incrudimento.

4. ESEMPI DI APPLICAZIONE

Si propongono come esempio alcune sequenze di piegatura (fig.4); l'analisi dello stato tensionale nelle varie fasi del processo potrà consentire l'ottimizzazione del progetto della geometria della trama di linee sul laminato.

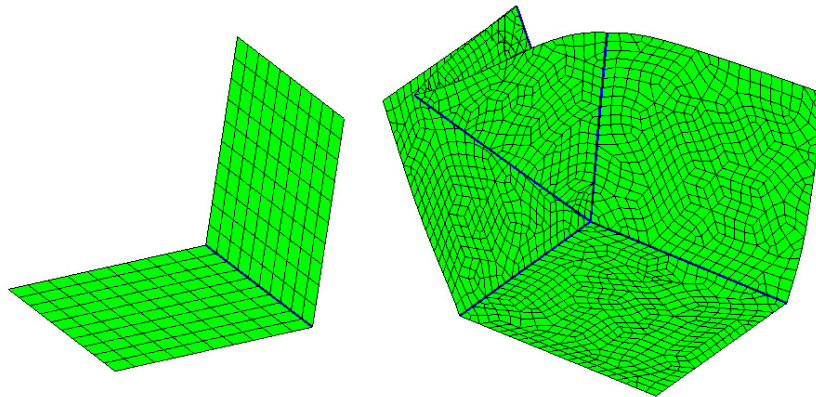


Figura 4: Esempi di piegature.

Riferimenti bibliografici

- [1] Bathe KJ, Chapelle D, The Finite Element Analysis of Shells – Fundamentals. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.*
- [2] Xia QS, Boyce MC, Parks DM, A constitutive model for the anisotropic elastic-plastic deformation of paper and paperboard. *Int. J. Solids Struct.*, 39 (2002) 4053–4071.