

# SULLA MODELLAZIONE DEL COMPORTAMENTO IN REGIME ASSIALE DI COLONNE RCFST ESPOSTE AL FUOCO

MAURIZIO ACITO, *Politecnico di Milano*

## SUMMARY

*In this paper the comparison of several Literature non linear model for predicting the fire axial resistance of RCFST columns exposed to the fire, is described.*

## 1. INTRODUZIONE

Per lo studio analitico a compressione assiale di colonne tipo CFST e/o RCFST, in letteratura sono disponibili modelli di calcolo, volti a riprodurre gli aspetti del comportamento dei materiali calcestruzzo e acciaio, in funzione della storia termica a cui sono stati interessati, che permettono di valutare con sufficiente attendibilità le capacità resistenti di elementi strutturali esposti al fuoco.

Tali modelli presentano, in generale, una certa complessità operativa, ma i risultati delle valutazioni analitiche, sono ben più coerenti con la sperimentazione, di quelli ottenibili con modelli semplificati come, ad esempio, il modello di calcolo plastico, il quale sovrastima in modo eccessivo, la capacità resistente "a caldo" e residuale "a freddo" delle colonne.

Pertanto, tali modelli per il calcolo delle deformazioni e delle tensioni di strutture interessate da carichi ed esposte all'azione termica, considerano valide le usuali ipotesi di conservazione della sezione piana e di perfetta aderenza fra le barre e il calcestruzzo e tra la camicia e il calcestruzzo corticale. Notevoli sono i casi di confronti numerico-sperimentali, in cui tali assunzioni sono ritenute valide (ad esempio, [01] e [02]), sia con riferimento alla fase "a caldo", che nella fase residuale "a freddo", ossia dopo il riscaldamento e raffreddamento. Tale circostanza, riconduce le procedure di calcolo delle tensioni e delle deformazioni di strutture, sottoposte all'azione termica, a quelle di calcolo di tali strutture in assenza di fuoco, salvo che, nel caso di strutture esposte al fuoco, è necessario considerare, anche per lo stesso materiale, i diversi legami costitutivi ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), in relazione alla disomogeneità meccanica, dovuta alla diversa temperatura raggiunta dai materiali. Infatti, sia nella fase "a caldo", dove il comportamento dei materiali dipende dalla temperatura raggiunta, che nella fase residuale "a freddo", dove i materiali presentano una memoria della storia di carico e di temperatura a cui sono stati interessati, per poter

operare delle valutazioni analitiche, è necessario disporre di adeguati modelli di calcolo, in grado di riprodurre il comportamento sperimentale dei materiali, in relazione alla temperatura raggiunta dagli stessi. Numerosi sono i lavori in cui vengono presentati i confronti fra i dati sperimentali ed i risultati ottenuti con i diversi modelli di legame ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), proposti in letteratura, anche se non sempre è ben chiaro se l'ambito delle proposte è riferito alla fase "a caldo", o alla fase residuale "a freddo".

Pertanto, già solo in ambito delle diverse proposte di legame ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) della fase "a caldo", sono presenti modelli che si differenziano, ad esempio, con riferimento al rendere o meno esplicita nel legame ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) la componente di deformazione predominante, chiamata transient strain, rispetto alle altre componenti di deformazione presenti.

Sulla base di tale contesto, nel prosieguo, si ritiene opportuno richiamare gli aspetti peculiari dei principali modelli ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), in funzione della temperatura, proposti in letteratura per i materiali calcestruzzo e acciaio, con riferimento alle due fondamentali fasi, "a caldo" e residuale "a freddo".

Per quanto riguarda l'impiego di alcuni di tali modelli, si rimanda a [03], dove sono sviluppate delle valutazioni analitiche utili ai fini di confronti sperimentale-analitico sul comportamento a compressione assiale delle colonne RCFST esposte al fuoco, studiate in [42]. Sempre in [03], per tali colonne, sono anche riportati dei confronti numerico-sperimentali sul comportamento termico.

Si precisa che in questa sede non sono considerati i modelli di comportamento termico. Per gli eventuali approfondimenti si rimanda alla letteratura e alle disposizioni normative come le norme UNI [04] e gli Eurocodici [05-08].

## 2 MODELLI DI CALCOLO ANALITICO "A CALDO" E RESIDUALE "A FREDDO"

### 2.1 Modelli di calcolo analitico "a caldo"

Nella definizione del legame ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) dell'acciaio e del calcestruzzo, esposti alle alte temperature, occorre ricordare che le deformazioni dell'acciaio e del calcestruzzo assumono le seguenti espressioni:

$$\text{per l'acciaio,} \\ \varepsilon = \varepsilon_{\sigma}(\sigma, T) + \varepsilon_{cr}(t, T, \sigma) + \varepsilon_{th}(T), \quad (1)$$

$$\text{per il calcestruzzo,} \\ \varepsilon = \varepsilon_{\sigma}(\sigma, T) + \varepsilon_{cr}(t, T, \sigma) + \varepsilon_{th}(T) + \varepsilon_{tr}(\sigma, T), \quad (2)$$

dove  $\varepsilon_{\sigma}$  è la deformazione tensionale,  $\varepsilon_{cr}$  è la classica deformazione da creep,  $\varepsilon_{th}$  è la deformazione termica e  $\varepsilon_{tr}$  è la deformazione chiamata transient strain [8, 9, 11, 12], che si evidenzia in forma dominante per il calcestruzzo, già per temperature superiori a 100 °C.

Peraltro, data la breve durata dell'azione del fuoco, rispetto all'evoluzione del classico creep, nella deformazione totale, può assumersi trascurabile la deformazione da creep.

L'entità della deformazione da transient strain, che dipende dal livello di pre-carico, invece, può essere molto grande rispetto alle altre componenti della deformazione totale. Pertanto, ignorare, nella deformazione, la componente di transient strain, può determinare errori di valutazioni notevoli nelle analisi strutturali "a caldo".

A fronte della necessità di operare considerando la componente di deformazione da transient strain, i modelli ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) a compressione, proposti in letteratura per la fase "a caldo", seguono due approcci principali. Il primo, considera, implicitamente, tale componente di deformazione nella definizione della curva ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), non separandola dalle altre componenti della deformazione totale, ad esempio in [12]. Il secondo approccio, invece, nel legame costitutivo ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), considera esplicitamente la componente di deformazione da transient strain, come ad esempio il modello di Anderberg and Thelanderson (1976) [9], di Schneider (1983) (1986) [13, 19], di Khoury (1983) [14], di Terro MJ. 1991, 1998 [15 e 16]).

Per quanto riguarda l'acciaio, i modelli di comportamento ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), non considerano la componente del transient strain, in quanto è un fenomeno che viene ritenuto non presente in questo materiale. Fra i principali modelli di comportamento "a caldo" dell'acciaio, in questa sede, si considereranno solo i modelli proposti dagli Eurocodici e il modello di Lie (1994) (1992) [18, 39].

Nel prosieguo, si richiamano i principali modelli di comportamento "a caldo" del calcestruzzo e dell'acciaio, alcuni dei quali sono utilizzati per le valutazioni analitiche della capacità resistente della colonna provata "a caldo".

### 2.1.1 Richiami dei modelli di calcolo di resistenza "a caldo" per il calcestruzzo

Nel prosieguo, si riportano alcuni fra i principali modelli di curva ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) a compressione "a caldo", proposti in letteratura per i calcestruzzi di resistenza ordinaria.

#### Modello di Anderberg e Thelanderson [9]

Considera le diverse componenti della deformazione in modo esplicito. Sulla base di dati sperimentali, gli autori assumono che il creep strain abbia la seguente espressione:

$$\varepsilon_{cr}(t, T, \sigma) = -0,00053 \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{uT}} \left( \frac{t}{180} \right)^{0,5} e^{0,00304 \cdot (T-20)} \quad (3)$$

dove  $\sigma_{uT}$  è la tensione di picco alla temperatura T, e con le unità del tempo t, in minuti. Sempre sulla base dei dati sperimentali, gli autori evidenziano che il valore del creep strain può essere comun-

que trascurato, rispetto alle altre componenti di deformazione, in quanto i tempi di esposizione all'incendio sono contenuti, rispetto ai tempi necessari per attivare valori significativi del creep strain.

Per quanto attiene il transient strain, il modello di Anderberg e Thelanderson assume la seguente espressione:

$$\varepsilon_{tr}(\sigma, T) = -k_{tr} \cdot \left( \frac{\sigma}{\sigma_{u0}} \right) \cdot \varepsilon_{th} \quad \text{per } T \leq 550 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{tr}}{\partial T}(\sigma, T) = -0,0001 \cdot \left( \frac{\sigma}{\sigma_{u0}} \right) \quad \text{per } T > 550 \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (5)$$

Nel modello proposto, la costante  $k_{tr}$  viene indicata compresa fra 1,8 e 2,35 e la  $\sigma_{uT}$  rappresenta il valore della tensione di picco a temperatura ambiente.

Per quanto riguarda la componente di deformazione istantanea, nel modello proposto assume la seguente espressione:

$$\text{per } 0 \leq \varepsilon_{\sigma}(\sigma, T) \leq \varepsilon_1 \quad \sigma = E \left( \varepsilon_{\sigma} - \frac{\varepsilon_{\sigma}^2}{2\varepsilon_{uT}} \right) \quad (6)$$

$$\text{per } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{\sigma}(\sigma, T) \leq \varepsilon_{ult} \quad \sigma = \sigma_1 + E^- (\varepsilon_{\sigma} - \varepsilon_1) \quad (7)$$

Dove

$$\sigma_1 = E \left( \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1^2}{2\varepsilon_{uT}} \right) \quad (8)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{uT} \left( 1 - \frac{E^-}{E} \right) \quad (9)$$

$$\varepsilon_{uT} = \frac{2\sigma_{uT}}{E} \quad (10)$$

con E, il modulo elastico tangente all'origine della curva ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) alla temperatura T;  $E^-$  è il modulo tangente al ramo discendente della curva ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) alla temperatura T e  $\varepsilon_{uT}$ , è la deformazione ultima alla temperatura T.

In pratica, il modello proposto da Anderberg e Thelanderson rappresenta una modifica della curva ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) del calcestruzzo a temperatura ambiente, la cui definizione è legata a quattro parametri, il modulo tangente iniziale E, il modulo tangente al tratto discendente  $E^-$  (assunta costante e pari a -800 MPa), la tensione  $\sigma_{uT}$  e deformazione  $\varepsilon_{uT}$  di picco (assunte con espressioni in funzione della temperatura).

#### Modello di Schneider [13]

Il modello di Schneider, ad esclusione della deformazione termica, considera solo due componenti.

In particolare, nel modello di Schneider, l'espressione:

$$\varepsilon - \varepsilon_{th}(T) = \varepsilon_{\sigma}(\sigma, T) + \varepsilon_{cr}(t, T, \sigma) + \varepsilon_{tr}(\sigma, T), \quad (11)$$

assume la seguente forma:

$$\varepsilon - \varepsilon_{th}(T) = \frac{1 + \beta}{g} \frac{\sigma}{E} + \frac{\phi}{g} \frac{\sigma}{E}, \quad (12)$$

ove, il primo addendo della parte di destra dell'uguaglianza, rappresenta la deformazione istantanea, legata alla tensione da carico, il secondo addendo, invece, congloba transient strain e creep strain.

I parametri  $\beta$ ,  $g$  e  $\phi$ , sono delle funzioni empiriche espresse in funzione della temperatura e della tensione, aventi espressioni:

$$\beta(\sigma, T) = \frac{1}{n-1} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{uT}} \right)^5 \quad \text{e} \quad \beta(\sigma, T) = \frac{1}{n-1} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{uT}} \right)^n \quad (13)$$

$$g(\sigma_F, T) = 1 + \left( \frac{\sigma_F}{\sigma_{u0}} \right) \frac{T-20}{100} \quad \text{per} \quad \left( \frac{\sigma_F}{\sigma_{u0}} \right) \leq 0,3 \quad (14)$$

$$g(\sigma_F, T) = 1 + \frac{0,3(T-20)}{100} \quad \text{per} \quad \left( \frac{\sigma_F}{\sigma_{u0}} \right) > 0,3 \quad (15)$$

$$\phi(\sigma, T) = g\phi + \left( \frac{\sigma_F}{\sigma_{uT}} \right) \frac{T-20}{100} \quad \text{per} \quad \left( \frac{\sigma_F}{\sigma_{u0}} \right) \leq 0,3 \quad (16)$$

$$\phi(\sigma, T) = g\phi + \frac{0,3(T-20)}{100} \quad \text{per} \quad \left( \frac{\sigma_F}{\sigma_{u0}} \right) > 0,3 \quad (17)$$

dove

$$\varphi = C_1 \cdot \tanh[\gamma_w (T-20)] + C_2 \cdot \tanh[\gamma_0 (T-T_g)] + C_3 \quad (18)$$

$$\gamma_w = (0,3 \cdot w + 2,2) \cdot 10^{-3} \quad (19)$$

Nelle espressioni precedenti, la  $\sigma_F$  è la tensione generata dalle forze esterne, applicate al calcestruzzo prima del riscaldamento;  $w$  è l'umidità contenuta;  $n$ ,  $\gamma_0$ ,  $T_g$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  sono costanti definite per i diversi calcestruzzi.

#### Modello di Diederichs [12]

Il modello proposto da Diederichs opera con una espressione molto semplice, in cui i parametri da definire sono solo tre. Il modulo elastico tangente all'origine  $E_0$  e la tensione di picco, valutati con riferimento alla curva ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) del calcestruzzo a temperatura ambiente, e un parametro dato da una funzione empirica  $f(T)$ , ottenuta dai dati sperimentali provenienti da sperimentazioni condotte dallo stesso Autore [12].

In particolare, l'espressione assunta nel modello è la seguente:

$$\varepsilon - \varepsilon_{th}(T) = \frac{\sigma}{E_0} \left[ 1 - \frac{E_0}{\sigma_{u0}} f(T) \right] \quad (20)$$

con

$$f(T) = 3,3 \cdot 10^{-7} \cdot (T-20)^3 + -1,72 \cdot 10^{-4} \cdot (T-20)^2 + 0,0412 \cdot (T-20) \quad (21)$$

#### Modello Eurocodici [3-6]

Fra i modelli che considerano implicitamente la deformazione di transient strain nel legame ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), vi è il modello proposto dagli Eurocodici. Il modello, basato sull'equazione di Popovics [17], considera i valori di picco della tensione e della deformazione alle diverse temperature, forniti in forma tabellare (in EC2/EC4, rispettivamente, tabella 3.1/tabella 3.3).

In particolare, i valori di deformazione di picco, forniti dagli Eurocodici, considerano, in modo implicito la componente di transient strain  $\varepsilon$ , per tale ragione, il modello degli Eurocodici è da considerare solo nel caso di verifiche "a caldo".

Rispetto all'equazione di Schneider, il modello, proposto dagli Eurocodici, consente di esprimere il legame costitutivo, in modo ancora più semplificato, assumendo una curva ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ), con andamento cubico, i cui parametri, da assegnare per le diverse temperature, sono solo i valori di picco della tensione e della deformazione.

L'espressione del legame costitutivo, con riferimento alla simbologia degli Eurocodici, assume la seguente forma:

$$\frac{\sigma_{c,9}}{f_{c,9}} = 3 \left( \frac{\varepsilon_{c,9}}{\varepsilon_{c1,9}} \right) \sqrt[3]{2 + \left( \frac{\varepsilon_{c,9}}{\varepsilon_{c1,9}} \right)^3} \quad (22)$$

In dettaglio, il legame proposto negli Eurocodici può essere utilizzato secondo due modelli.

Il modello 1, utilizza l'equazione (22), fino al valore della deformazione ultima  $\varepsilon_{c1u,9}$ .

Il modello 2, utilizza la equazione (22), fino alla deformazione di picco  $\varepsilon_{c1,9}$ , mentre, per il tratto discendente, utilizza un tratto rettilineo, che unisce il picco con il valore di deformazione ultima  $\varepsilon_{c1u,9}$ .

Nel quadro seguente, sono riportate le due ipotesi di modello.

Nel prosieguo, si farà riferimento solo al modello 1.

Mod.	range di deformazione	Equazione
1	$0 \leq \varepsilon_{c,9} \leq \varepsilon_{c1u,9}$	Non lineare fino al valore di deformazione ultima
2	$0 \leq \varepsilon_{c,9} \leq \varepsilon_{c1,9}$	Non lineare fino al valore di deformazione di picco
	$\varepsilon_{c1,9} \leq \varepsilon_{c,9} \leq \varepsilon_{c1u,9}$	lineare dal picco al valore di deformazione ultima.

Peraltro, i limiti della deformazione di picco, forniti nella tabella 3.3 di EC4 del 2005, derivanti dai valori indicati nella tabella 3.1 dell'EC2 del 2003, con riferimento ai calcestruzzi con aggregati silicei, risultano essere maggiori di quelli riportati in letteratura. Secondo Purkiss (1996) [02]), per temperature superiori ai 400 °C, i valori, proposti dagli Eurocodici, risultano molto maggiori dei valori indicati in letteratura, come, ad esempio in [20], o che di deducono dalla relazione fornita da Fransen (2004) in [21], avente la seguente aspressione:

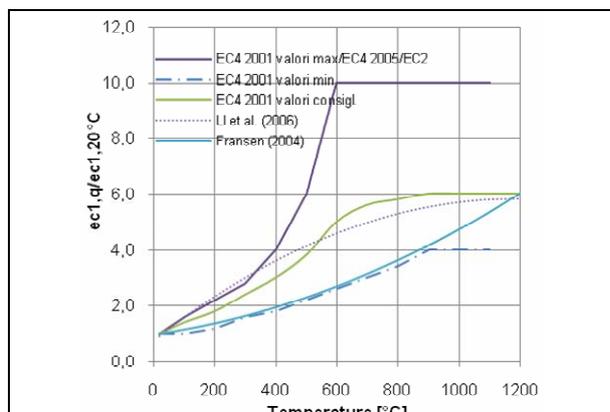
$$\varepsilon_{c1,9} = 2,5 \cdot 10^{-3} + 4,1 \cdot 10^{-6} \cdot (\theta-20) + 5,5 \cdot 10^{-9} \cdot (\theta-20)^2$$

con

$$\varepsilon_{c1,9} \leq 10^{-3} \quad (23)$$

Nella figura 1, sono riportati i limiti delle deformazioni di picco, proposti da EC2 del 2003 e EC4 del 2005. In particolare, in figura sono riportati anche i valori indicati nel prospetto B.1. dell'Annex B, nella versione di EC4 del 2001, i valori di picco ottenuti dalla relazione con la temperatura proposta da Fransen (2004) in [21]; i valori ottenuti da

Anderberg (2004) in [22]; i valori di picco suggeriti da Li e Purkiss (2005) in [10]. Tali valori sono normalizzati rispetto al valore di picco della curva a 20 °C, assunto pari al 2,5 ‰.



**Figura 1:** Andamenti con la temperatura dei valori di deformazione di picco del cls, normalizzati al valore di picco a 20 °C (pari a 0,0025).

Il confronto, fra le diverse proposte di correlazione delle deformazioni di picco con la temperatura, qui richiamate, evidenzia la notevole differenza di valore delle deformazioni di picco (in EC4 draft 2001, si hanno addirittura tre valori: minimo, massimo e valore consigliato). Tale circostanza, oltre ad essere legata al fatto che, nelle correlazioni, non sono considerate le variabilità proprie dei calcestruzzi (resistenza, rapporto A/C, stagionatura, tipo di aggregato, ecc.), è, probabilmente, legata anche alle non sempre analoghe condizioni di esecuzione delle prove sperimentali, che costituiscono il data-base delle correlazioni proposte.

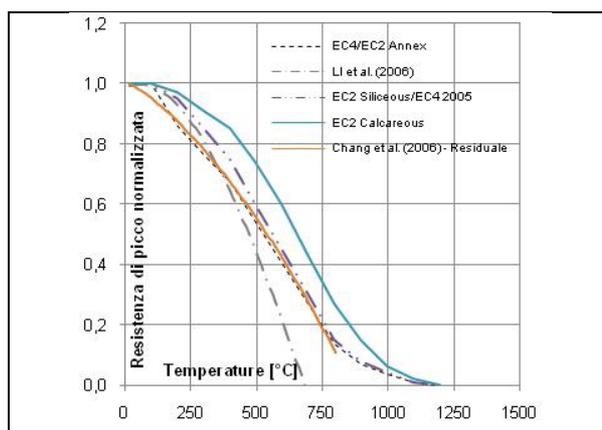
Per quanto riguarda il valore della tensione di picco, anche in questo caso, si hanno diverse proposte di correlazione con la temperatura. In particolare, la proposta di tali valori, adottata dall'EC2 (tabella 3.1 di EC2 2003), prevede ancora la distinzione fra aggregati calcarei e aggregati silicei, mentre nell'EC4 (2005), sono riportati i valori di picco senza distinzione per gli aggregati, anche se gli stessi valori sono riferiti agli aggregati silicei, nell'Annex B – prospetto B1 di EC4.

Le diverse proposte di correlazione fra la temperatura e la tensione di picco, qui richiamate, sono poste a confronto nella figura 2.

In questo caso, a differenza delle deformazioni di picco, si può osservare una sostanziale corrispondenza fra i valori valutati con le diverse proposte di correlazione.

La circostanza che i valori della tensione di picco siano poco diversi, anche nel caso si consideri il confronto con i valori residuali “a freddo” ottenuti dei modelli di Chang et al. [23], non sembra, però, in accordo con le risultanze sperimentali (si

vedano, ad esempio, Purkiss (1996) [02], Chan et al. (1999) [24] e Hager e Pimieta (2004) in [25]). Infatti, anche se questa differenza (Purkiss [02]) sembra vada ad attenuarsi con i calcestruzzi di più recente generazione, Hager e Pimieta (2004), in [25], riportano che, per i calcestruzzi ad alta resistenze, i valori di resistenza a compressione e del modulo elastico sono maggiori (anche del 30%) nei test “a caldo”, di quelli registrati nei test residuali, di analoghi calcestruzzi, sottoposti allo stesso riscaldamento. Tale circostanza lascia presupporre che con l'impiego di tali modelli si abbia una sovrastima delle capacità resistenti residuali.



**Figura 2:** Variazione con la temperatura dei valori della tensione di picco, normalizzate al valore a 20 °C.

#### Modello di Li e Purkiss [10]

Il modello di Li e Purkiss, rappresenta una versione modificata del modello di Anderberg e The-landerson [9].

Il modello proposto da Li e Purkiss è stato confrontato dagli autori, con gli altri modelli di legame ( $\sigma-\epsilon$ ) in compressione, si rimanda a Li e Purkiss [10], dove, con riferimento ai principali modelli, per poter operare un significativo confronto, gli autori assumono le ipotesi di seguito riportate:

- una stessa relazione della tensione di picco con la temperatura, basata su dati sperimentali e sui valori forniti da EC2, avente l'espressione:

$$\frac{\sigma_u(T)}{\sigma_{u0}} = 1,002 + 0,025 \left( \frac{T-20}{100} \right) - 0,03 \left( \frac{T-20}{100} \right)^2 + 0,00165 \left( \frac{T-20}{100} \right)^3 \quad (24)$$

- una relazione con la temperatura per il modulo elastico tangente all'origine E, avente la seguente espressione:

$$\text{per } T \leq 60 \text{ °C.} \quad E(T) = E_0 \quad (25)$$

$$\text{per } 60 \text{ °C} < T \leq 800 \text{ °C;} \quad E(T) = \frac{800-T}{740} \cdot E_0 \quad (26)$$

- una espressione empirica per le deformazioni di picco (basata sul modello di Anderberg e

Thelanderson per temperature inferiori a 350 °C e, mediando i tre modelli di Schneider, di Anderberg, e dell'EC2, per temperature superiori ai 350 °C), avente la seguente espressione:

$$\varepsilon_u = \frac{2 \cdot \sigma_{u0}}{E_0} + 0,021 \left( \frac{T-20}{1000} \right) - 0,0090 \left( \frac{T-20}{1000} \right)^2 \quad (27)$$

Inoltre, sempre ai fini del confronto, Li e Purkiss, assumono, per il tratto discendente, il modulo elastico tangente con la seguente espressione:

$$E_p^* = E_0^- \cdot \exp \left[ k_p \cdot (T-20)^{2,15} \right], \quad (28)$$

dove  $E_p^*$  è il modulo tangente al tratto discendente alla temperatura  $T$ ;  $E_0^- = -880$  MPa è il modulo tangente al tratto discendente della curva alla temperatura ambiente;  $k_p = 10^{-6}$  è una costante ottenuta con riferimento al miglior fit del modello di Anderberg and Thelanderson, alle diverse temperature.

**Modello di Li et al. [26]**

Il modello di Li et al. rappresenta una modifica del modello di Li e Purkiss. In tale modello il valore della deformazione di picco (strain at the peak point) può essere calcolato ancora sulla base della seguente espressione,

$$\varepsilon_u = \frac{2 \cdot \sigma_{u0}}{E_0} + 0,021 \left( \frac{T-20}{1000} \right) - 0,0090 \left( \frac{T-20}{1000} \right)^2 \quad (29)$$

dove  $E_0$ , è il modulo di Young del calcestruzzo a temperatura ambiente.

Il legame costitutivo, nella versione di Li et al. [26], assume la seguente espressione:

$$\frac{\sigma}{\sigma_u} = \alpha \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} \right) + (1-\alpha) \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} \right)^2 \quad \text{per } \varepsilon \leq \varepsilon_u \quad (30)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_u} = 1 + \left( \frac{E^-}{\sigma_u} \right) (\varepsilon - \varepsilon_u) \quad \text{per } \varepsilon \geq \varepsilon_u \quad (31)$$

dove  $\sigma$  è la tensione nel calcestruzzo;  $\sigma_u$  e  $\varepsilon_u$  sono la tensione e la corrispondente deformazione al "peak point",  $\varepsilon = \varepsilon_\sigma + \varepsilon_{tr}$ ;  $\alpha$  e  $E^-$  sono dipendenti dalla temperatura. Il peak stress è il massimo valore di resistenza a compressione del calcestruzzo alla temperatura  $T$ , e può essere assunto come segue [10, 26],

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_{u0}} = 1 + 0,132 \left( \frac{T-20}{1000} \right) - 2,901 \left( \frac{T-20}{1000} \right)^2 + 1,650 \left( \frac{T-20}{1000} \right)^3 \quad (32)$$

dove  $\sigma_{u0}$  (MPa) è la resistenza a compressione di calcestruzzi ordinari a temperatura ambiente.

I parametri  $\alpha$  and  $E^-$  possono essere assunti con le seguenti espressioni, proposte da Li e Purkiss e da Li et al. [10, 26],

$$\alpha = 1 + \exp \left[ -k_1 \cdot (T-20) \right] \quad (33)$$

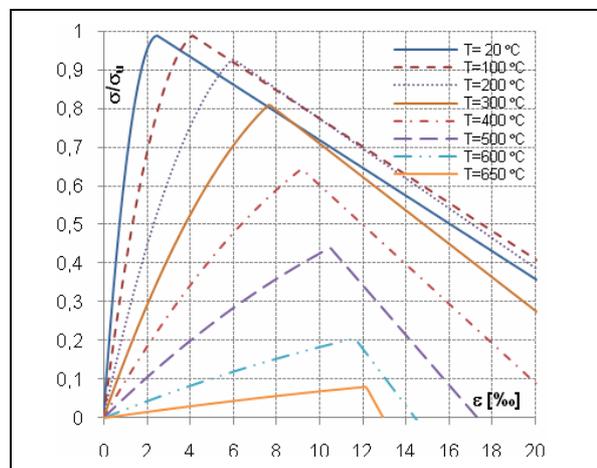
$$E^- = -0,045 \cdot E_0 \cdot \exp \left[ -k_2 \cdot (T-20)^{2,15} \right] \quad (34)$$

dove  $k_1 = 0.0025$  e  $k_2 = 10^{-6}$  sono costanti, che descrivono l'influenza della temperatura sulla parte ascendente e discendente della curva ( $\sigma-\varepsilon$ ).

Gli andamenti normalizzati dei legami costitutivi, proposti nella versione di Li et al. [26], del mo-

dello di Anderberg e Thelandersson [9], sono riportati nella figura 3.

Per la valutazione analitica della capacità resistente "a caldo" della colonna, nel prosieguo, si fa riferimento ai soli modelli degli Eurocodici 2 e 4 e al modello di Anderberg a Thelandersson [9], nella versione modificata da Li et al. (2006) [26].



**Figura 3:** Curve stress–strain per calcestruzzi alle diverse temperature del Modello Li et Al. [26], normalizzate al valore di picco a 20 °C.

### 2.1.2 Modelli di calcolo per l'acciaio utilizzati il confronto analitico-sperimentale "a caldo"

Per quanto riguarda i legami costitutivi degli acciai, anche in questo caso, la relazione fra la tensione e la deformazione dell'acciaio alle elevate temperature, fornita dagli Eurocodici 2 e 4, assume una espressione analoga.

In particolare, il modello di legame ( $\sigma-\varepsilon$ ) proposto per gli acciai assume l'espressione riportate nei quadri seguenti.

Le espressioni precedenti sono usualmente riferite all'acciaio da carpenteria, se con pedice a, agli acciai da armatura, se con pedice s.

I parametri, quali la resistenza di picco, la deformazione di picco, il modulo elastico, da adottare nel legame ( $\sigma-\varepsilon$ ) dell'acciaio, in funzione con la temperatura, negli Eurocodici, sono riportati in modalità tabellare, mediante valori di fattori di riduzione, da applicare in funzione della temperatura e del tipo di acciaio.

Ad esempio i valori relativi all'acciaio di armatura classe N, proposti in EC2 2003 (tabella 3.2).

Ovvero, i valori dei fattori di riduzione delle tensioni di proporzionalità e di snervamento e del modulo elastico, in funzione della temperatura per gli acciai da carpenteria, riportati nella Tabella 3.2 di EC4 2005.

Stain range	Stress-Strain ( $\sigma$ - $\varepsilon$ )
$\varepsilon \leq \varepsilon_{ap,\theta}$	$\sigma = E_{a,\theta} \cdot \varepsilon_{a,\theta}$ (35)
$\varepsilon_{ap,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ay,\theta}$	$\sigma = (f_{ap,\theta} - c) + \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - (\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{a,\theta})^2}$ (36) $a^2 = (\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{ap,\theta})(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{ap,\theta} + c / E_{a,\theta})$ $b^2 = E_{a,\theta} (\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{ap,\theta}) c + c^2$ $c^2 = \frac{(f_{ay,\theta} - f_{ap,\theta})^2}{E_{a,\theta} (\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{ap,\theta}) - 2(f_{ay,\theta} - f_{ap,\theta})}$
$\varepsilon_{ay,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{au,\theta}$	$\sigma = f_{ay,\theta}$ (37)
$\varepsilon_{at,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{au,\theta}$	$\sigma = f_{ay,\theta} \left[ 1 - (\varepsilon - \varepsilon_{at,\theta}) / (\varepsilon_{au,\theta} - \varepsilon_{at,\theta}) \right]$ (38)
parametri	$\varepsilon_{ap,\theta} = f_{ap,\theta} / E_{a,\theta}$ (39) $\varepsilon_{ay,\theta} = 0,02$ ; $\varepsilon_{at,\theta} = 0,15$ ; $\varepsilon_{au,\theta} = 0,20$
Stain range	Tangent Modulus
$\varepsilon \leq \varepsilon_{ap,\theta}$	$E_{a,\theta}$
$\varepsilon_{ap,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ay,\theta}$	$\frac{b(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{a,\theta})}{a\sqrt{a^2 - (\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{a,\theta})^2}}$ (40)
$\varepsilon_{ay,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{au,\theta}$	0
$\varepsilon_{at,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{au,\theta}$	-
parametri	-

Peraltro, in EC4 draft 2001, Annex G, si proponeva un modello semplificato per il calcolo delle colonne con camicia metallica, dove per l'acciaio della camicia si formulavano le seguenti espressioni del legame ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) e del modulo elastico, in funzione della temperatura:

$$\sigma_{a,J} = f_{ay,J} \left[ -0.06 + 1.416 \times \left( \frac{E_{a,J} \cdot \varepsilon_{a,J}}{f_{ay,J}} \right) - 0.651 \cdot \left( \frac{E_{a,J} \cdot \varepsilon_{a,J}}{f_{ay,J}} \right)^2 + 0.103 \cdot \left( \frac{E_{a,J} \cdot \varepsilon_{a,J}}{f_{ay,J}} \right)^3 \right] \quad (41)$$

$$E_{a,J,\sigma} = E_{a,J} \cdot \left[ 1.416 - 1.302 \cdot \left( \frac{E_{a,J} \cdot \varepsilon_{a,J}}{f_{ay,J}} \right) + 0.309 \cdot \left( \frac{E_{a,J} \cdot \varepsilon_{a,J}}{f_{ay,J}} \right)^2 \right] \quad (42)$$

Con

$$\frac{f_{ay,\theta}}{f_{ay,20^\circ\text{C}}} = 1 + \frac{\theta}{900 \cdot \ln\left(\frac{\theta}{1750}\right)} \quad \theta \leq 600^\circ\text{C} \quad (43)$$

$$\frac{f_{ay,\theta}}{f_{ay,20^\circ\text{C}}} = \frac{340 - 0,34 \cdot \theta}{\theta - 240} \quad 600^\circ\text{C} \leq \theta \leq 1000^\circ\text{C} \quad (44)$$

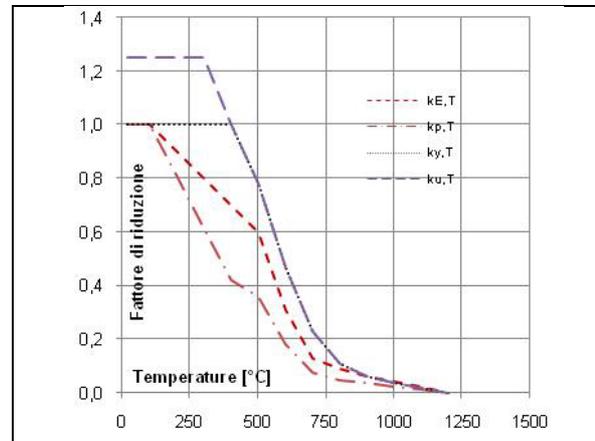
$$\frac{E_{a,\theta}}{E_a} = 1 + \frac{0,0005 \cdot \theta}{\ln\left(\frac{\theta}{1100}\right)} \quad \theta \leq 600^\circ\text{C} \quad (45)$$

$$\frac{E_{a,\theta}}{E_a} = \frac{690 - 0,69 \cdot \theta}{\theta - 53,5} \quad 600^\circ\text{C} \leq \theta \leq 1000^\circ\text{C} \quad (46)$$

Nella figura 4, sono riportati i gli andamenti dei fattori di riduzione riportati in tabella 3.2 di EC4

2005, per i diversi parametri del legame costitutivo degli acciai da carpenteria.

Nella figura 4, la temperatura è indicata con il simbolo T, in luogo del simbolo  $\theta$ , utilizzato negli Eurocodici.



**Figura 4:** Curve dei fattori di riduzione delle resistenze e del modulo elastico degli acciai da carpenteria- EC4 2005 tab. 3.2-.

Con i modelli proposti negli Eurocodici, occorre considerare il tratto ellittico, la cui gestione è leggermente più complessa, rispetto ai modelli più semplici come quello riportato, ad esempio da Li et al. in [26].

In [26], la relazione fra la tensione e la deformazione dell'acciaio alle elevate temperature, risulta essere semplificata rispetto alle precedenti. Infatti, il modello riportato in [26], corrisponde alle classiche espressioni bilineari seguenti:

$$\frac{\sigma}{\sigma_y} = \frac{E \cdot \varepsilon_\sigma}{\sigma_y} \quad \varepsilon_\sigma \leq \frac{\sigma_y}{E} \quad (47)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_y} = 1 \quad \varepsilon_\sigma \geq \frac{\sigma_y}{E}$$

dove  $\sigma$  è la tensione nell'acciaio, E e  $\sigma_y$  sono il modulo di Young e la tensione di snervamento dell'acciaio, forniti in funzione della temperatura, mediante le relazioni riportate in [26], del tutto analoghe a quelle proposte in EC4 2001, annex G. Infatti, la corrispondenza fra le espressioni proposte in Annex G di EC4 2001, con quelle proposte da Li et al. in [26], corrispondenti alle espressioni (43), (44) e (45), qui riportate, risulta evidente non appena si considera la corrispondenza fra la simbologia:  $E = E_{a,\theta}$ ; e  $\sigma_y = f_{ay,\theta}$ , e considerando  $E_o = E_{a,20^\circ\text{C}}$  e  $\sigma_{yo} = f_{ay,20^\circ\text{C}}$ , come modulo elastico tangente all'origine e resistenza di snervamento dell'acciaio, a temperatura ambiente (20 °C).

### 2.1.3 Modelli di deformazione termica

Per quanto riguarda le componenti di deformazioni termiche del calcestruzzo e dell'acciaio, an-

che in questo caso, i modelli più accurati prevedono la variabilità della deformazione termica con la temperatura. Fra i principali modelli per il calcestruzzo, si richiama il modello per il calcestruzzo con aggregati silicei di Lie (1994) [18], avente espressione:

$$\varepsilon_{th}(T) = (6 + 0,008 \cdot T) \cdot (T - 20) \cdot 10^{-6} \quad (50)$$

Sempre con riferimento alla deformazione termica del calcestruzzo, si richiamano anche i modelli degli Eurocodici 2 e 4 (EC4 solo per aggregati silicei). In particolare, il modello proposto in EC2, fornisce le seguenti espressioni della dilatazione termica, differenziate a seconda del tipo di aggregato (temperatura indicata con  $\theta$  in luogo di  $T$ ).

Aggregato siliceo, per  $20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 700^\circ\text{C}$

$$\varepsilon_c(\theta) = -1,8 \cdot 10^{-4} + 9 \cdot 10^{-6} \cdot \theta + 2,3 \cdot 10^{-11} \cdot \theta^3 \quad (51)$$

per  $700^\circ\text{C} < \theta \leq 1200^\circ\text{C}$

$$\varepsilon_c(\theta) = 14 \cdot 10^{-3} \quad (52)$$

Aggregato calcareo, per  $20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 805^\circ\text{C}$

$$\varepsilon_c(\theta) = -1,2 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-6} \cdot \theta + 1,4 \cdot 10^{-11} \cdot \theta^3 \quad (53)$$

per  $805^\circ\text{C} < \theta \leq 1200^\circ\text{C}$

$$\varepsilon_c(\theta) = 12 \cdot 10^{-3} \quad (54)$$

Per quanto riguarda la dilatazione dell'acciaio, i principali modelli di letteratura non differenziano la dilatazione in ambito degli acciai al carbonio.

Fra i principali modelli si richiama il modello proposto per l'acciaio da Lie (1994) in [18], avente espressione:

$$\varepsilon_{th}(T) = (0,4 \cdot 10^{-3} \cdot T + 1,2) \cdot (T - 20) \cdot 10^{-5} \quad (48)$$

Per  $T \leq 1000^\circ\text{C}$  (7a)

$$\varepsilon_{th}(T) = 1,6 \cdot (T - 20) \cdot 10^{-5} \text{ per } T \geq 1000^\circ\text{C} \quad (49)$$

e il modello proposto dagli Eurocodici, che, come detto per il modello di Lie, non differenziano fra l'acciaio da calcestruzzo armato (barre) e da carpenteria. In particolare, per l'acciaio da c.a. (pedice s) e da carpenteria (pedice a), gli Eurocodici 2 e 4, per la dilatazione termica forniscono le seguenti espressioni:

per  $20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 750^\circ\text{C}$

$$\varepsilon_a(\theta_a) = -2,416 \cdot 10^{-4} + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot \theta_a + 0,4 \cdot 10^{-8} \cdot \theta_a^3 \quad (55)$$

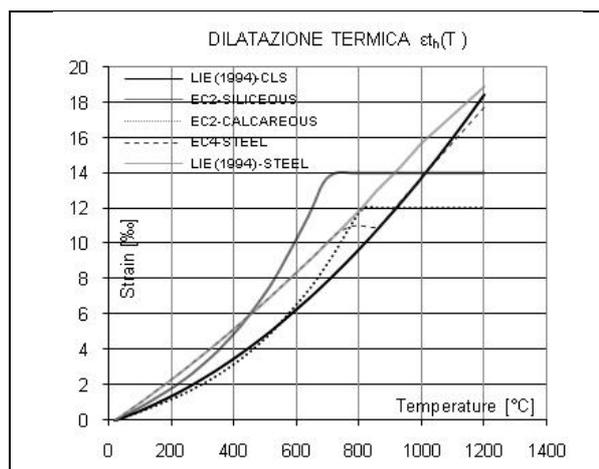
per  $750^\circ\text{C} < \theta \leq 860^\circ\text{C}$

$$\varepsilon_a(\theta_a) = 11 \cdot 10^{-3} \quad (56)$$

per  $860^\circ\text{C} < \theta \leq 1200^\circ\text{C}$

$$\varepsilon_a(\theta_a) = -6,2 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-5} \cdot \theta_a \quad (57)$$

Nella figura 5, sono riportati gli andamenti delle diverse proposte di deformazione termica per l'acciaio e per il calcestruzzo.



**Figura 5:** Modelli di variazione con la temperatura della deformazione termica per l'acciaio e il calcestruzzo

## 2.2 Modelli di calcolo di resistenza residua "a freddo"

### 2.2.1 Modelli di calcolo di resistenza residua "a freddo" per il calcestruzzo

La buona resistenza al fuoco, delle strutture in calcestruzzo armato, pone spesso la necessità di operare delle verifiche di sicurezza delle stesse per un loro riuso, dopo essere state esposte ad incendio. Da qui, la necessità di disporre di modelli di comportamento dei materiali in condizioni residuali, al fine di poter valutare i requisiti di sicurezza delle stesse, eventualmente in presenza di interventi di consolidamento strutturale.

È noto che le proprietà meccaniche dei materiali acciaio e calcestruzzo subiscono dei danneggiamenti, per effetto del riscaldamento e raffreddamento. Ad esempio, nel caso del calcestruzzo, sono note le reazioni chimiche e fisiche che si verificano alle alte temperature, quali la perdita di acqua, la deidratazione della pasta di cemento e la decomposizione degli aggregati, che comportano una riduzione delle proprietà meccaniche, la cui comprensione è essenziale ai fini dell'eventuale riuso, anche in presenza di eventuali futuri eventi sismici.

In molti studi, è stata affrontata la valutazione sperimentale degli effetti sulle proprietà meccaniche residuali del calcestruzzo, esposto alle alte temperature, come ad esempio in [27-31]. Purtroppo, i risultati di tali studi non sempre sono comparabili, date le diverse condizioni di prova e di materiale, utilizzate nella sperimentazione.

Così pure, molti studi hanno affrontato la valutazione sperimentale delle proprietà residue degli acciai, sottoposti alle alte temperature, ad esempio Felicetti et al. (2005) [32].

Peraltro, fra le proprietà residuali del calcestruzzo meno studiate, vi è proprio il legame costitutivo ( $\sigma-\varepsilon$ ) a compressione residuale, alle alte temperature.

In alcuni lavori, comunque, è stato affrontato il problema della valutazione sperimentale e della modellazione, con riferimento a modelli che consentissero di riprodurre, sia il comportamento residuale del calcestruzzo, esposto alle alte temperature, che il comportamento del calcestruzzo a temperatura ambiente. In particolare, il lavoro di Chang et al. (2005) [23] amplia il data-base sul comportamento ( $\sigma-\varepsilon$ ) a compressione e sul comportamento a trazione indiretta, con prove su cilindri calcestruzzi di resistenza 27 e 40 MPa, sottoposti a temperature fino a 800 °C. Inoltre, Chang et al. in [23] propongono un modello di legame ( $\sigma-\varepsilon$ ) a compressione, basato sul modello di Tsai (1988) [33], la cui validità è evidenziata dal perfetto accordo con i dati sperimentali delle prove a compressione, considerate nella memoria per le diverse temperature.

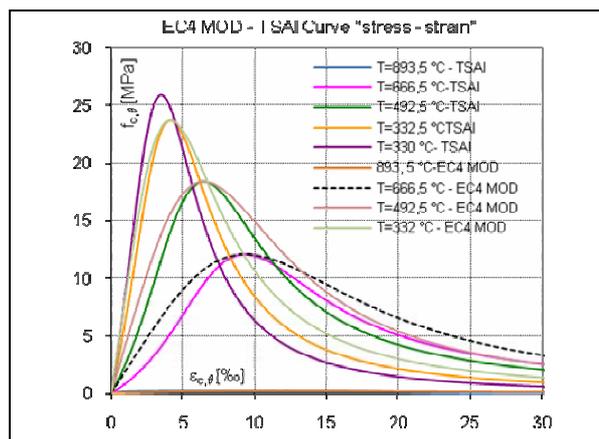
I parametri modello sono stati tarati, sia sui dati sperimentali delle prove eseguite dagli stessi Autori, che sui dati sperimentali di letteratura.

Dal lato operativo, il modello, proposto da Chang, necessita della definizione di quattro parametri: la resistenza di picco, la deformazione di picco, il modulo elastico tangente all'origine alla curva ( $\sigma-\varepsilon$ ) in compressione e la definizione di un parametro M, il cui valore minore di 1, ha il ruolo di definire la concavità verso l'alto del tratto iniziale della curva. La possibilità di definire la forma, del tratto iniziale, consente di meglio riprodurre la sempre più evidente concavità verso l'alto, che i legami sperimentali evidenziano, via via che aumenta la temperatura di esposizione del calcestruzzo. La ragione di tale comportamento (si veda [34]) risiede nel fatto che, seppure inizialmente, per basse temperature, la non congruenza, fra le deformazioni termiche, attiva uno stato di compressione per la pasta. Via via che aumenta la temperatura tale stato di trazione si trasforma in uno stato di trazione, tale da determinare delle microfessurazioni. Per temperature superiori ai 300 °C, tale fessurazione diventa visibile in superficie, fino a diventare una rete diffusa di grandi fessure dai 500 °C in poi.

Proprio la presenza di questo stato di fessurazione residuo è la ragione, quindi, della concavità verso l'alto, che si osserva nel legame ( $\sigma-\varepsilon$ ) a compressione. Infatti, tale comportamento si riconduce, per lo più, alla richiusura delle fessure, formatesi per effetto delle elevate temperature.

Nella figura 6, sono poste a confronto le curve ( $\sigma-\varepsilon$ ) a compressione di calcestruzzi, con resistenza analoga a quella del calcestruzzo delle colonne, ottenute con riferimento al modello di

Chang et al. [23] e al modello degli Eurocodici (eq. 22), dove, però, le deformazioni e le tensioni di picco, sono quelle assunte nel modello di Chang et al. [23]. Dal confronto si evidenzia come il modello di Chang et al., si differenzi in modo significativo dalle curve degli Eurocodici modificate, solo quando le curve sono relative a calcestruzzi esposti ad elevate temperature, dove, le curve cubiche di EC2/EC4, non riescono a simulare la concavità iniziale del tratto ascendente e la maggiore concavità del tratto discendente.



**Figura 6:** Andamento dei legami costitutivi stress-strain residuali con la temperatura normalizzati al valore di picco a 20°C dei Modelli [23] e EC2/EC4 modificato.

La proposta di operare con l'equazione cubica proposta dagli Eurocodici, modificata con i valori di picco residuali della tensione e della deformazione, nasce dalla circostanza che, nelle proposte operative degli Eurocodici, tali parametri sono solo da riferirsi alla fase "a caldo". Solo in Annex C dell'EC4 2005, viene proposto un legame costitutivo, utilizzabile nella fase discendente della curva di riscaldamento, e che prevede si utilizzi una resistenza a compressione residua del calcestruzzo.

Tale modello, però, considera ancora delle deformazioni di picco, proprie della fase "a caldo". Infatti, il modello, proposto in EC4, non prende in considerazione i valori della deformazione di picco residuali, assumendoli uguali a quelli, proposti per la tensione di picco "a caldo" (dichiarati negli Eurocodici stessi, come valori che comprendono la componente di transient strain). La circostanza ambigua, in cui ci si trova ad operare con riferimento agli Eurocodici, nel caso di valutazioni residuali, rende, di fatto, non utilizzabile il modello proposto dagli Eurocodici. La modifica introdotta consente di estendere l'utilizzo della cubica degli Eurocodici, per le verifiche di tipo residuale "a freddo".

Come vedremo nel prossimo paragrafo, l'impiego del modello EC2/EC4 modificato, com-

porta una leggera sovrastima della capacità resistente della colonna, rispetto al valore calcolato col modello proposto da Chang et Al. Dal lato pratico, però, questa differenza può essere accettata, tenuto conto della maggiore semplicità del modello cubico dell'EC2/EC4, rispetto al modello di Chang et al.

Per quanto riguarda i parametri necessari, per l'utilizzo del modello di Chang et al., questi sono forniti dagli autori, mediante delle correlazioni con la temperatura. In particolare, per le tensioni di picco, attraverso una analisi con regressione lineare dei dati sperimentali, Chang et al. forniscono le seguenti relazioni, normalizzate al valore di resistenza al picco a temperatura ambiente (20 °C):

$$\frac{f'_{cr}}{f'_c} = 1,008 + \frac{T}{450 \times \ln(T/5800)} \quad (58)$$

$$\frac{f'_{cr}}{f'_c} = 1,01 - 0,00055 \cdot T \quad (20 < T < 200 \text{ °C}) \quad (59)$$

$$\frac{f'_{cr}}{f'_c} = 1,15 - 0,00125 \cdot T \quad (200 < T < 800 \text{ °C}) \quad (60)$$

Si ricorda che la resistenza residua a compressione (al picco) diminuisce con la temperatura di esposizione, per effetto della deidratazione della pasta di cemento, che avviene con continuità fra i 105 e gli 850 °C e la trasformazione dei cristalli da a-quarz a b-quarz, che avviene con temperature comprese fra i 500 e 650 °C [34].

Analogamente, per la deformazione di picco, in letteratura sono presenti dati sperimentali, che hanno permesso a Chang et Al [23], con una analisi con regressione lineare dei dati sperimentali, di proporre la seguente relazione, normalizzata alla deformazione di picco a temperatura ambiente:

$$\frac{\epsilon'_{cr}}{\epsilon_0} = 1 \quad (20 < T < 200 \text{ °C}) \quad (61)$$

$$\frac{\epsilon'_{cr}}{\epsilon_0} = \left(0,1 \times f'_c + 7,7\right) \left[ \frac{\exp(-5,8 + 0,01 \times T)}{1 + \exp(-5,8 + 0,01 \times T)} - 0,0219 \right] + 1 \quad (62)$$

L'incremento della deformazione di picco con la temperatura, che in ambito residuale può raggiungere anche 5 volte il valore della deformazione di picco alla temperatura ambiente, viene fatta risalire alla formazione di fessure, causate dalla non congruenza fra le deformazioni termiche della pasta di cemento e degli aggregati, nella fase di riscaldamento e raffreddamento.

In ragione delle stesse cause, che portano il calcestruzzo ad avere una riduzione della resistenza, quando esposto ad elevate temperature, anche per il modulo elastico si osserva una ridu-

zione con l'incremento della temperatura di esposizione.

Peraltro, le trasformazioni chimico-fisiche con l'evidenza di fessurazioni diffuse, che il calcestruzzo subisce per effetto della temperatura, comportano una correlazione non lineare fra la resistenza a compressione ed il modulo elastico, che porta ad una maggiore riduzione del modulo elastico, se comparata con la riduzione della resistenza. Il modulo elastico a 200, 400 e 600 °C di temperatura massima di esposizione, si riduce, rispettivamente a circa l'80%, il 40% ed il 6% del valore a temperatura ambiente. Anche in questo caso, Chan et Al. [23], attraverso una analisi con regressione lineare dei dati sperimentali, propongono di utilizzare l'espressione (63 e 64) o la semplice l'espressione lineare (65), per esprimere la variazione del modulo elastico, normalizzato al valore dello stesso a temperatura ambiente. Ossia:

per (20 °C < T < 125 °C

$$\frac{E_{cr}}{E_c} = -0,00165 \cdot T + 1,033 \quad (63)$$

per 125 °C < T < 800 °C

$$\frac{E_{cr}}{E_c} = \frac{1}{1,2 + 18(0,0015 \cdot T)^{4,5}} \quad (64)$$

per 20 °C < T < 600 °C

$$\frac{E_{cr}}{E_c} = -0,00165 \cdot T + 1,033 \quad (65)$$

Peraltro, sempre per quanto riguarda la variazione del modulo elastico con la temperatura, in EC2 e EC4 non vengono fornite indicazioni. Inoltre, una sua valutazione indiretta, attraverso le game costitutivo proposto dagli Eurocodici, è inficiata dai valori ("a caldo") elevati delle deformazioni di picco, assunte dagli Eurocodici [37-40] e, pertanto, non rispondenti assolutamente al caso residuale.

Come si è detto, la curva ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) a compressione, riportata nel modello Chan et Al. [23], si basa sul modello di Tsai [33], eq. 66, che, con una sola equazione, definisce anche il ramo discendente. Infatti, grazie ai parametri M ed n, presenti nel modello di Tsai, è possibile controllare la forma del ramo ascendente e discendente della curva. Peraltro, il valore M, dato dal rapporto  $E_0/E_p$ , quando si assume pari al rapporto  $n/(n-1)$ , riconduce la curva di Tsai alla curva di Popovics [17].

$$f'_c = \frac{M \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)}{1 + \left( M - \frac{n}{n-1} \right) \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) + \left( \frac{1}{n-1} \right) \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^n} f'_c \quad (66)$$

La necessità di introdurre un ulteriore parametro indipendente  $M$ , in aggiunta al solo parametro  $n$ , utilizzato dalla curva di Popovics, consente di controllare meglio la forma dei tratti ascendenti e discendenti, così da poter meglio interpretare il comportamento, sperimentale a compressione residuale dei calcestruzzi, caratterizzati, come detto, da un comportamento che tende ad essere più lineare nel tratto ascendente e meno ripido nel tratto discendente, via via che la temperatura di esposizione aumenta.

Il valore di  $n$  della curva di Popovics, è dato dal rapporto  $E_0/(E_0-E_p)$ , dove  $E_0$ , modulo elastico tangente all'origine, è generalmente maggiore del modulo secante al picco  $E_p$ .

Nel caso del modello di Tsai, il valore di  $M$ , che controlla la forma del tratto ascendente, è dato dal rapporto  $E_0/E_p$ , e può essere che  $E_0$  risulti minore di  $E_p$ . Questa circostanza, si verifica, ad esempio, proprio quando la temperatura di esposizione è elevata, le fessurazioni prodotte sono grandi, e il comportamento a compressione viene così ad essere caratterizzato da un tratto iniziale, con concavità verso l'alto.

Sulla base di curve sperimentali ( $\sigma-\varepsilon$ ) a compressione residuale, Chan et Al. hanno ridefinito i parametri  $M$  ed  $n$ , proponendo la seguente equazione:

$$f_c = \frac{M \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)}{1 + \left( M - \frac{n}{n-1} \right) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) + \left( \frac{1}{n-1} \right) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^n} f_{cr}' \quad (67)$$

con

$$\frac{E_{or}}{E_{pr}} = M; \quad (68) \quad n = n_0 \left( \frac{M}{M_0} \right)^{1,014-0,0007 \cdot T}; \quad (69)$$

$$\left[ \frac{f_c'}{12} \right] + 0,77 = n_0 \quad (70)$$

$$\frac{E_0}{E_p} = M_0; \quad E_0 = 5000 \sqrt{f_c'} \quad (71)$$

e dove:

- $f_c'$  è la resistenza di picco residua dopo il riscaldamento,
- $\varepsilon_{or}$  è la deformazione residua al picco di tensione;
- $E_{pr}$  è il modulo elastico secante, ottenuto come rapporto fra la tensione di picco e la deformazione di picco residua;
- $E_{or}$  è il modulo elastico residuo tangente all'origine.

Per il modulo elastico residuo tangente all'origine, Chan et Al. suggeriscono di considerare la relazione, che fornisce il valore del modulo secante, espressa dall'equazioni 63 e 64, per il

calcolo del modulo tangente iniziale, potendo ritenere che, fino a riscaldamenti di 500 °C, sia ancora possibile assumere che il modulo tangente corrisponda al modulo secante, come generalmente è possibile assumere per i calcestruzzi non riscaldati. Per i calcestruzzi riscaldati, con temperature superiori a 500 °C, Chan et al. suggeriscono di valutare il modulo tangente all'origine, sempre a partire dal modulo secante, ma abbattendo il valore con un coefficiente minore di 1.

In particolare, essi suggeriscono di utilizzare un coefficiente, ottenuto per interpolazione lineare fra i valori 1 e 0,6, corrispondenti alle temperature 500 e 700 °C, rispettivamente. Mentre, fra le temperature di riscaldamento, comprese fra 700 e 800 °C, sempre con interpolazione lineare, suggeriscono valori interpolati fra i valori 0,6 e 1, rispettivamente. Sempre con riferimento alla curva ( $\sigma-\varepsilon$ ) a compressione, risulta ovvia la corrispondenza fra le grandezze  $f_{cr}$ ,  $E_{or}$ ,  $E_{pr}$ ,  $E_0$ ,  $M$ ,  $n$ , definiti per un calcestruzzo riscaldato e le grandezze  $f_c'$ ,  $E_0$ ,  $E_p$ ,  $E_0$ ,  $M_0$ ,  $n_0$ , di un calcestruzzo non riscaldato.

Infine, nella memoria, gli autori evidenziano la buona corrispondenza del modello proposto, a confronto con il comportamento sperimentale a compressione residua di calcestruzzi riscaldati e non riscaldati, appartenenti a due classi di resistenza (27 MPa e 40 MPa).

### 3 CONCLUSIONI

La memoria affronta il problema della modellazione del comportamento assiale dei materiali calcestruzzo e acciaio, in presenza di azione termica data dal fuoco. In particolare, gli aspetti considerati hanno riguardato i legami costitutivi ( $\sigma-\varepsilon$ ) del calcestruzzo e dell'acciaio in presenza di fuoco, con riferimento, sia alla fase "a caldo" che alla fase residua "a freddo".

Sono stati esaminati anche gli aspetti relativi alla modellazione delle dilatazioni termiche degli stessi materiali.

Con riferimenti a tali aspetti, sono stati richiamati i principali modelli proposti in letteratura, proponendone, talvolta, i termini operativi e i necessari confronti relativi, sulla base dei quali è possibile evidenziare le considerazioni di seguito riportate.

- I limiti della deformazione di picco, forniti da EC4 del 2005, derivanti dai valori indicati dell'EC2 del 2003, con riferimento ai calcestruzzi con aggregati silicei, risultano essere maggiori di quelli riportati in letteratura, già per temperature superiori ai 400 °C.
- Il confronto, fra le diverse proposte di correlazione delle deformazioni di picco con la temperatura, qui richiamate, evidenzia la notevole diffe-

renza di valore delle deformazioni di picco (in EC4 draft 2001, si hanno addirittura tre valori: minimo, massimo e valore consigliato). Tale circostanza, oltre ad essere legata al fatto che, nelle correlazioni, non sono considerate le variabilità proprie dei calcestruzzi (resistenza, rapporto A/C, stagionatura, tipo di aggregato, ecc.), è, probabilmente, legata anche alle non sempre analoghe condizioni di esecuzione delle prove sperimentali, che costituiscono il data-base delle correlazioni proposte.

III. La circostanza che i valori della tensione di picco siano poco diversi, anche nel caso si consideri il confronto con i valori residuali "a freddo", non è in accordo con le risultanze sperimentali, che indicano che i valori di resistenza a compressione e del modulo elastico nei test "a caldo", sono maggiori (anche del 30%) di quelli registrati nei test residuali, di analoghi calcestruzzi, sottoposti allo stesso riscaldamento.

IV. Nel caso delle verifiche residuali "a freddo" non è corretto impiegare le curve degli Eurocodici, in quanto tali curve sono tarate con riferimento al comportamento "a caldo". Inoltre, tali curve (cubiche di EC2/EC4) non riescono a simulare la concavità iniziale del tratto ascendente e la maggiore concavità del tratto discendente, classici aspetti, questi, dei legami residuali "a freddo".

V. Una buona valutazione del comportamento assiale residuale del calcestruzzo "a freddo" può ottenersi con un modello del legame costitutivo semplice, quale è il modello cubico proposto dagli Eurocodici, salvo assumere per i valori di picco, i valori della tensione e delle deformazioni residue "a freddo", come, ad esempio, quelli proposti in letteratura per il comportamento residuale "a freddo" del calcestruzzo da Chang et al..

#### 4 RINGRAZIAMENTI

*Si ringraziano il prof. ing. Antonio Migliacci, il dott. ing. Paolo Bosi e il dott. ing. Donato Romano, che in qualità, rispettivamente, di Collaudatore Statico, di Responsabile Unico del Procedimento, e di Progettista e Direttore dei Lavori del Nuovo Ospedale di Bergamo, hanno promosso lo svolgimento di questa ricerca, finanziata in primis dall'Azienda Ospedaliera di Bergamo e in secundis dalla Dec SpA, Impresa Costruttrice del Nuovo Ospedale di Bergamo.*

*Contatti con l'autori: acito@stru.polimi.it*

#### 5 BIBLIOGRAFIA

[01] Lie, T.T. (1994) "Fire resistance of circular steel columns filled with bar-reinforced con-

crete". ASCE Journal of Structural Engineering, 120(5): 1489–1509.

[02] Purkiss JA., "Fire safety engineering, design of structures". Oxford: Butterworth Heinemann; 1996.

[03] Acito M. "Confronto Teorico-Sperimentale sul comportamento assiale e termico di colonne RCSFT esposte al fuoco". 17° Congresso CTE – Roma 5, 6, 7 e 8 Novembre 2008.

[04] UNI 9502 (1989), Ente Italiano di Unificazione 9502, "Procedimento Analitico per Valutare la Resistenza al Fuoco degli Elementi Costruttivi di Conglomerato Cementizio Armato, Normale e Precompresso", Italy, 1989.

[05] UNI 9503 (1989), Ente Italiano di Unificazione 9502, "Procedimento Analitico per Valutare la Resistenza al Fuoco degli Elementi Costruttivi di acciaio", Italy, 1989.

[06] Eurocode 2, "Design of concrete structures — Part 1–2: General rules — structure Fire Design", EN 1992-1-2, European Committee for Standardization, 2004.

[07] UNI ENV 1994-1-2:2001, Eurocodice 4 - Progettazione delle strutture composte acciaio-calcestruzzo - Parte 1-2: Regole generali - Progettazione della resistenza all'incendio.

[08] Eurocode 4-1994-1-2:2005, "Design of composite steel and concrete structures—Part 1–2: General rules—structure fire design", EN 1994-1-2, Final draft, European Committee for Standardization, 2005.

[09] Anderberg Y., Thelandersson S. "Stress and deformation characteristics of concrete, 2-experimental investigation and material behaviour model". Bulletin 54. Sweden: University of Lund; 1976.

[10] Li LY, Purkiss JA., "Stress–strain equations of concrete material at elevated temperatures". Fire Safety J 2005; 40:669–86.

[11] Baughan AH., "Structural Design for fire safety". Chichester: Wiley; 2001.

[12] Diederichs U., (1987), "Modelle zur beschreibung der betonverformung bei instantionaren temperature". In Abschlußkolloquium bauwerke unter Brandeinwirkung, technische Universität, Braunschweig, p. 25-34.

[13] SCHNEIDER U., "Modelling of the behaviour of concrete at high temperature". In. Anchor RD, Malhotra HL, Purkiss JA, editors. Design of structures against fire. New York: Elsevier; 1986. P. 53-69.

[14] G. A. Khoury, WPSDias, PJES Sullivan, (1986), "Deformation of concrete and cement paste loaded at constant temperatures from 140 to 720 °C". Mater Struct 1986; 19(110): 97-104.

[15] Terro MJ., "Computer Modelling of the effect of fire on structures". Ph.D Tesis, at Civil Engineering Departement, Imperial College of

- Science and Technology, London University, London, UK 1991.
- [16] Terro MJ., "Numerical Modelling of the behaviour of concrete structures". *ACI Struct J.* 1998; 95 (2): 183-93.
- [17] S. Popovics, "A Numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete". *Cem. Concr. Res.* 3 (5) (1973) 583-599.
- [18] Lie TT., "Fire resistance of circular steel columns filled with bar-reinforced concrete". *J Struct Eng* 1994;120:1489-509.
- [19] U. Schneider, "Properties of materials at high temperatures- concrete". Department of civil engineering, University of Kassel. Kassel Germany, rilem committee 44-PTH, 1985.
- [20] F. Furumura, "Stress-strain relationship in compression of concrete at high temperatures". *trans. Arch. Inst. Tokyo.* N. 174, 1970.
- [21] J.M. Franssen, "Plastic analysis of concrete structures subjected to fire". *Pro. workshop fire design of concrete structures: what now? What next?*, Milan Italy 2004-
- [22] Y. Anderberg, "The effect of the constitutive models on the prediction of concrete Mechanical behaviour and on the design of concrete structures exposed to fire". *Pro. workshop fire design of concrete structures: what now? What next?*, Milan Italy 2004.
- [23] Y.F. Chang, Y.H. Chen, M.S. Sheu, G.C. Yao, "Residual stress-strain relationship for concrete after exposure to high temperatures". *Cement and Concrete Research* 36 (2006) 1999-2005.
- [24] Y.N. Chan, G. F. Peng, M. Andson, "Residual Strength and pore structure of High Strength concrete and normal strength after exposure to high temperatures". *Cement and Concrete Composites*, (1999) 21, 23-7.
- [25] I. Hager, P. Pimieta, "Mechanical Properties of HPC at High Temperature". *Pro. workshop fire design of concrete structures: what now? What next?*, Milan Italy 2004.
- [26] Jing Yin, Xiao-xiong Zha, Long-yuan Li, "Fire resistance of axially loaded concrete filled steel tube columns". *Journal of Constructional Steel Research* 62 (2006) 723-729.
- [27] H.L. Molhotra, "The effect of temperature on the compressive strength of concrete", *Mag. Concr. Res.* 8 (22) (1956) 85-94.
- [28] M.S. Abrams, "Compressive strength of concrete at temperature to 1600F, temperature and concrete", *ACI SP-25*, American Concrete Institute, Detroit, 1971, pp. 33-58.
- [29] T. Harada, J. Takeda, S. Yamane, F. Furumura, "Strength, elasticity and thermal properties of concrete subject to elevated temperature, concrete for nuclear reactors". *ACI SP-34*, American Concrete Institute, Detroit, 1972, pp. 377-406.
- [30] J. Papayianni, T. Valiasis, "Residual mechanical properties of heated concrete incorporating different pozzolanic materials". *Mater. Struct.* 24 (1991) 115-121.
- [31] A.Y. Nassif, E. Burley, S. Rigden, "A new quantitative method of assessing fire damage to concrete structures" *Mag. Concr. Res.* 13 (172) (1995)
- [32] Felicetti R and Meda A. (2005): "Residual Behaviour of Reinforcing Steel Bars after Fire". *Fib Symposium "Keep Concrete Attractive"*, Vol.2, ed. by György L. Balázs and Adorján Borosnyói, publ. by Budapest Univ. of Technology and Economics, Budapest, May 23-25, 1148-1155.
- [33] W.T. Tsai, "Uniaxial compressional stress-strain relation of concrete". *J. Struct. Eng.* 114 (9) (1988) 2133-2136.
- [34] J.W. Dougill, "Some effects of thermal volume changes on the properties and behavior of concrete". *The Structure of Concrete, Cement and Concrete Association*, London, 1968, pp. 499-513.
- [35] Bamonte P., Gambarova P.G. and Meda A. (2008): "Today's Concretes Exposed to Fire - Test Results and Sectional Analysis". *Fib - Structural Concrete*, pub. by Thomas Telford, 19-29.
- [36] Meda A., Gambarova P.G. and Bonomi M. (2002): "High-Performance Concrete in Fire-Exposed Reinforced-Concrete Sections". *ACI-Structural Journal*, V.99, No.3, 277-287.
- [37] G. A. Plizzari, E. Marchina (1996): "In tema di collasso dell'aderenza di barre ancorate nel calcestruzzo in presenza di armature trasversali". *Studi e Ricerche*, V.17, Scuola di Specializzazione F.lli Pesenti - Politecnico di Milano, 319-345.
- [38] R. H. Haddad, R.J. Al-Saleh, N.M. Al-Akhras: "Effect of elevated Temperature on bond between steel reinforcement and fiber reinforced concrete". *Fire Safety J* 2008; 43:334-343.
- [39] Lie, T. T., ed. (1992). "Structural fire protection". *Manuals and Reports on Engineering Practice No. 78*, ASCE, New York, N.Y.
- [40] Lie TT. "Fire resistance of circular steel columns filled with bar-reinforced concrete". *J Struct Eng* 1994;120:1489-509.
- [41] T.T. Lie, R.J. Irwinn (1994), "Fire resistance of rectangular steel columns filled with bar-reinforced concrete". *ASCE Journal of Structural Engineering*, 120(5): 1489-1509.
- [42] Acito M. "Studio sperimentale sul comportamento termico e assiale di colonne RCSFT esposte al fuoco". 17° Congresso CTE - Roma 5, 6, 7 e 8 Novembre 2008.