

IL “PESO” DEI NUMERI DALL’ANTICHITA’ AL MONDO ATTUALE ED I PROBLEMI DELL’OGGI ALLA LUCE DI QUESTI “PESI”

Tamara Bellone ⁽¹⁾ – Luigi Mussio ⁽²⁾

⁽¹⁾ Politecnico di Torino – DITAG – Corso Duca degli Abruzzi, 24 – 10139 Torino
Tel. 011-364-7709 – Fax 011-564-7699 – e-mail tamara.bellone@polito.it

⁽²⁾ Politecnico di Milano – DICA – Piazza L. da Vinci, 32 – 20133 Milano
Tel. 02-2399-6501 – Fax 02-2399-6602 – e-mail luigi.mussio@polimi.it

con il contributo di Maria Antonia Brovelli

Politecnico di Milano – DICA – Via Nnatta 12/14 – 22100 Como
Tel. 02-2399-7336 – Fax 02-2399-7321 – e-mail maria.brovelli@polimi.it

Riassunto – Il peso dei numeri attraversa la storia dell’avventura umana e la precede nelle azioni cognitive di certi animali. Prove scientifiche recenti mostrano che il cervello umano possiede innati una grammatica sintattica (come sostenuto da Chomsky), alberi di classificazione, strutture d’ordine, ecc. Del fatto che queste certezze scientifico-sperimentali siano della fine del ‘900 e la loro conoscenza teorica della fine dell’800 è irrilevante. Il peso dei numeri determina parti importanti della vita personale e sociale, privata e pubblica, economica e politica, culturale ed ideologica/religiosa di singoli uomini ed intere società (come mostrato dal formalismo di Russell e del primo Wittgenstein e dallo sperimentalismo del secondo Wittgenstein). La matematica e le scienze matematiche hanno un grande sviluppo nella Grecia antica e nel mondo ellenistico/alessandrino/bizantino. Tuttavia un’eredità nascosta è già presente nell’antico Egitto, nella Mesopotamia sumera e babilonese che con il mondo greco ed i suoi eredi aprono la via alla scienza araba. Altre eredità più lontane, in Cina ed in India, irraggiano nell’estremo oriente e nel sud-est asiatico. Inoltre tramite l’impero mongolo in Cina ed in modo diretto in India, gli arabi sono anche traghettatori, da oriente verso occidente (dalle teste di ponte in Maghreb, Spagna e Sicilia), di nuovi campi della matematica, contribuendo alla sua rinascita, dopo i secoli bui dell’alto medioevo. Dopodiché la matematica europea si sviluppa, su linee proprie, in contemporanea allo straordinario, ma controverso, sviluppo di manifattura, industria ed automazione/informatizzazione (in questo caso, a partire dalle intuizioni di Wiener e dai progetti di Turing), a volte prima ed altre volte rincorrendo i ritrovati empirici della tecnologia. Di certo, si ha sviluppo e progresso, ma anche limiti e contraddizioni (a riguardo, un’importante riflessione è proposta da Cassirer) che ormai si mostrano con evidenza. Ovviamente nessun sogno regressivo e/o nostalgico, ma la chiara coscienza che non tutto sia possibile, costituisca un bene e sia un contributo alle aspettative di larga parte dell’umanità. Certamente sarebbe più facile costruire una democrazia ristretta per un’élite di ottimati, ma folle di persone si affacciano da ogni luogo, reclamando insieme i loro diritti non solo negativi verso le libertà democratiche, ma anche positivi per una giustizia, intesa come equità. Le risposte sono difficili e tutte le soluzioni in grande sono miseramente fallite. Tuttavia piccole intese possono essere concepite e messe in atto, collegandosi tra loro in una rete connessa che scambia informazioni, esperienze e mette in guardia verso limiti e contraddizioni. Qualche buon esempio esiste, qualche altro può essere attuato: serve buona volontà e sano realismo. Infatti se qualcuno disponesse di un filo diretto con la verità e disponesse d’una bacchetta magica, forse tutto sarebbe più semplice. Tuttavia queste due sono solo vuote illusioni e chi le brandisce è un vacuo e forse pericoloso pifferaio magico. Non si hanno certezze assolute, non si possiede la verità, non si hanno capacità sovranaturali (anche in matematica esistono verità indicibili, come ben dimostrato da Gödel). Scetticismo e relativismo moderati sono la debole bussola della ragione, come tolleranza ed impegno sono l’altrettanto debole bussola dell’azione. Nemmeno un’etica alta è data per sempre, ma solo un’etichetta, liberamente contrattata e condivisa, simile al godimento comune dei criteri dell’estetica corrente.

Un'eredità nascosta ¹

La matematica e le scienze matematiche, come l'astronomia, la geodesia/cartografia/agrimensura, la fisica (meccanica/idraulica/termologia/ottica), hanno significativi sviluppi extraeuropei, spesso negletti per vacuo eurocentrismo, oppure semplice ignoranza ². A riguardo, basti notare come addirittura i *quipu* andino/incaici sono, veri e propri, alberi della conoscenza, ignoti nella matematica ufficiale, fino al loro uso per lo studio di reti elettriche ad opera di Gustav Robert Georg Kirchhoff, solo a metà dell'800. Quanto segue è solo una semplice raccolta di notizie, particolarmente significative, ben sapendo che moltissime altre, qui omesse, possono essere fornite, ad ulteriore supporto di questa tesi importantissima.

- La discussione sulla gravità moderna è aperta dall'astronomo matematico persiano Abu Jafar Muhammad ibn Hasan al-Khazini, del X secolo, otto secoli prima di Isaac Newton.
- La teoria della rifrazione della luce è formulata, per la prima volta, da Abū al-Hasan ibn al-Hasan ibn al-Haytham, scienziato egiziano, vissuto intorno all'anno 1000, circa sette secoli prima di Newton.
- La circolazione sanguigna polmonare è descritta dalla medicina cinese, come documentato da ibn al-Nafis ³, del XIII secolo, almeno quattro secoli prima della descrizione seicentesca di William Harvey.

Queste prime anticipazioni danno lo spunto per studiare gli sviluppi della matematica e delle sue scienze affini, soprattutto nei contesti, storici e culturali, cinesi, indiani ed arabi. Fuori da questi mondi, i Maya sono un'emergenza significativa, capaci di inventare autonomamente lo zero ⁴ ed anche di calcolare, con estrema precisione, l'anno solare medio: 365,242 giorni (oggi: 365,242198) ed il mese lunare medio: 29,5302 giorni (oggi: 29,53059). Tutto ciò non intende certamente sminuire il valore ed il portato della matematica greca, nel suo complesso, ma inserire la stessa in contesti più ampi, ben sapendo che già prima gli egizi ed i babilonesi avevano svolto studi importanti, rispettivamente di geometria e trigonometria.

- La (proto) geometria egizia è legata all'agrimensura, interessata alla misurazione dei terreni inondata, per ristabilirne i confini, dopo le piene periodiche del Nilo, ed alla misurazione delle costruzioni più importanti ed imponenti, spesso a forma di tronco di piramide e di cupola (dove in questo ultimo caso è necessario introdurre π , nei calcoli di aree e volumi).
- La (proto) trigonometria babilonese anticipa il teorema di Pitagora e, calcolando il quadrato di un cateto, per sottrazione del quadrato dell'altro cateto dal quadrato dell'ipotenusa, giunge alla definizioni delle relazioni trigonometriche dei quadrati del coseno e del seno, con la divisione del quadrato del secondo cateto per il quadrato dell'ipotenusa e con il suo complemento all'unità.

La matematica cinese si sviluppa dai primi imperi fino ai viaggi di Marco Polo (intorno al 1300) e del gesuita Matteo Ricci (intorno al 1600), improntata soprattutto a scopi amministrativi ⁵, per poi chiudersi e declinare. A riguardo, importanti sono i trattati (del I secolo d.C.) per il rilevamento topografico, finalizzato all'agrimensura ed al rilevamento di architetture, con il calcolo di aree e volumi, e per l'esecuzione di opere d'ingegneria

¹ Liberamente tratto e riassunto da: C'era una volta un numero – La vera storia della matematica, George Gheverghese Joseph (Il Saggiatore, Milano, 2000), libro molto ricco di citazioni dotte.

² La continuità geografico/antropica dalle pianure della Cina e dell'India, attraverso il Medio Oriente, fino al bacino del Mediterraneo, è provata, già nel neolitico, con la domesticazione di piante ed animali.

³ Il nome completo del medico siriano è Ala-al-din abu al-Hassan Ali ibn Abi-Hazm al-Qarshi al-Dimashqi.

⁴ L'attuale zero è di origine indiana e diffusione araba. Tolomeo d'Alessandria (II secolo d.C.) usa la lettera greca *omicron* per indicare il nulla, ma non le attribuisce alcun valore numerico.

civile ⁶. Per la soluzione di questi problemi e, in particolare, per la determinazione di relazioni lineari tra osservazioni diverse, tramite un'origine ed una scala, sempre nel I secolo d.C., i cinesi risolvono un sistema di due equazioni in due incognite con la regola di Gabriel Cramer (XVIII secolo ⁷).

La matematica indiana si sviluppa dai periodi vedici più antichi fino all'arrivo dei portoghesi, alla fine del '400. Inizialmente mossa da esigenze religiose, si orienta successivamente a scopi pratici. Le regole vediche della moltiplicazione trasformano moltiplicazioni complesse in moltiplicazioni più semplici, addizioni e sottrazioni. Così dati due numeri ⁸ e calcolata la loro differenza (positiva o negativa) alla potenza di dieci, più vicina ad entrambi, la moltiplicazione diventa la moltiplicazione della potenza di dieci per la stessa potenza cui aggiungere o togliere le due differenze ⁹, in corrispondenza al loro segno, sommando o sottraendo poi il prodotto delle due differenze, in base alla regola dei segni.

La successiva matematica jaina descrive vari tipo di infinito ¹⁰, sconosciuti in occidente fino Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (vissuto a cavallo del 1900), le proprietà delle potenze, dei radicali e, implicitamente, dei logaritmi (inventati in occidente da John Napier, italianizzato in Nepero e vissuto a cavallo del 1600). Altre notazioni d'interesse mostrano un'attenzione al calcolo combinatorio (con permutazioni, combinazione e coefficienti binomiali) ed a successioni, progressioni e serie, il tutto guidato dalla volontà di dare forma matematica a determinate concezioni cosmologiche; tuttavia come già detto in precedenza, la matematica successiva è improntata a scopi pratici ¹¹.

In questo periodo ¹², notevole è lo sviluppo della trigonometria, condotto fino alla definizione delle funzioni inverse. A riguardo, si noti come, a differenza della trigonometria di Apollonio di Perga (I secolo a.C.) e Tolomeo d'Alessandria, la trigonometria indiana fa uso direttamente delle mezze corde (ovvero della funzione seno), anziché della corda intera (ovvero del suo doppio). Nella matematica indiana, contemporanea al periodo rinascimentale europeo, compaiono i concetti di integrale definito (come già in Archimede) e di differenziazione (due secoli in anticipo su Leibniz e Newton), pur senza mai definire il concetto matematico di limite ¹³.

La scienza araba origina dalla scienza alessandrina, siriana e persiana, raccoglie apporti bizantini ed indiani, (comunque già presenti in Medio Oriente), ed anche cinesi (dopo la fondazione dell'impero mongolo), e si fa promotrice di una loro diffusione in occidente, determinandone la rinascita, dopo i secoli bui dell'alto medioevo. Tuttavia gli arabi non sono solo traghettatori da oriente ad occidente; ad esempio, le frazioni sono una conquista araba e la loro diffusione, in occidente, a partire dal XV secolo, dà loro il nome buffo di

⁵ Per contro, l'invenzione dei quadrati magici ha essenzialmente scopi astrologici. D'altra parte, anche in occidente lo sviluppo delle scienze non è disgiunto da commistioni con le cosiddette scienze occulte (che non sono affatto scienze).

⁶ Di quello stesso periodo, oppure addirittura precedenti, sono anche la formulazione indipendente del teorema di Pitagora ed il calcolo, altrettanto indipendente, delle cifre di pi-greco.

⁷ Nel XVII secolo, poco prima della definizione di determinante, ad opera di Gottfried Wilhelm von Leibniz (per altro, a sua volta, interessato alla vita ed alle opere di Confucio), in Giappone è risolto, generalizzando lo stesso metodo, anche un sistema di tre equazioni in tre incognite.

⁸ L'operazione è particolarmente conveniente quando i due numeri non sono troppo lontani tra loro.

⁹ La maggiore semplicità dei calcoli è ottenuta eseguendo somme e differenze, dopo l'esecuzione di tutti i prodotti.

¹⁰ L'uso di questi numeri, come le moltiplicazioni vediche di numeri grandi, non è estraneo ad un interesse religioso che tuttavia va secolarizzandosi, nei periodi successive.

¹¹ Lo zero compare nel III secolo d.C. ed è attestato in varie scritte successive, nel sud-est asiatico (Cambogia, Sumatra, ecc.).

¹² La matematica indiana tardo antica e medioevale risolve sistemi di equazioni, anche di grado superiore al primo, mediante frazioni continue, ovviamente nei limiti posti dalla possibilità di una loro soluzione algebrica (definita all'inizio dell'800, indipendentemente da Niels Henrik Abel e Évariste Galois)

¹³ In questo periodo, un ruolo particolare è svolto dalla scuola matematico/astronomica di Kerola, una provincia dell'India meridionale, relativamente appartata, che potrebbe aver avuto rapporti commerciali e, affianco a questi, anche scientifici con la Cina, offrendo ad essa nuovi campi d'interesse.

metodo turco. Anche la geometria araba va oltre gli elementi di Euclide e gli sviluppi ellenistico/alessandrini, interessandosi al disegno di coniche ¹⁴ ed allo sviluppo di quadriche ¹⁵.

La trigonometria araba segna un notevole avanzamento, sia rispetto a quella ellenistico/alessandrina che a quella indiana. Infatti sono arabe la costruzione delle tavole numeriche delle funzioni trigonometriche, tutte le relazioni tra le funzioni stesse ed i teoremi fondamentali, a partire dal teorema dei seni (mentre il teorema del coseno, erroneamente attribuito a Lazare Nicolas Marguérite Carnot, è già presente negli Elementi di Euclide, come generalizzazione del teorema di Pitagora). Inoltre quasi a voler segnare una linea di continuità tra Eratostene e le misure francesi del '700, a Baghdad, nel IX secolo d.C., è misurato un arco di meridiano, della lunghezza di un grado, con una discreta precisione.

Infine importanti problemi matematico/astronomici riguardano la formazione dei calendari e, in particolare, la fissazione di eventi speciali: naturali, come le eclissi, o religiosi, ad esempio, come la Pasqua (un problema che si trascina nel tempo, giungendo ad interessare anche Carl Friedrich Gauss). In questo campo, il naturalista astronomo/matematico e filosofo persiano, Nasir al-Din al-Tusi, del XIII secolo, descrive la rotazione terrestre, individuando prove fisiche a supporto di questa affermazione, e propende per il sistema eliocentrico, proposto da Aristarco di Samo (IV/III secolo a.C.) e sostenuto da Archimede, contro il sistema geocentrico tolemaico, allora universalmente accettato.

Da quanto detto finora, è abbastanza evidente che, a partire dal XV-XVI secolo, la spinta innovativa cinese, indiana ed araba si arresta, fino quasi a scomparire. In questo senso, la figura eminente di Srinivasa Aiyangar Ramanujan, un giovane e povero matematico indiano (vissuto a cavallo del 1900), pur dando un contributo d'eccellenza, per quanto riguarda successioni e serie numeriche, nonché sulla teoria dei numeri, è da considerarsi una eccezione, vera e propria. Allora essendo risultato facile considerare relativamente unita una fascia temperata calda che va dalle pianure della Cina e dell'India, attraverso il Medio Oriente, fino al bacino del Mediterraneo, più difficile è spiegare il motivo di una frattura importante.

Altrettanto facile è invece spiegare la non presenza di unità in Africa e nelle Americhe, data la continuità geografica nord/sud e non est/ovest, come nel caso euroasiatico, dove la presenza di climi completamente diversi non facilita la comunanza e gli scambi (e viceversa). Questo spiega il perché di soluzioni isolate, come nelle Americhe, tra gli inca, i maya, gli aztechi (e, in minor misura, i pellirossa del nord e gli esquimesi del grande nord), nonché le poche soluzioni africane, a sud del deserto sahariano. Pertanto laddove isolate sono già le prime soluzioni di un mondo ancora molto primitivo, altrettanto isolate e giocoforza limitate (e strutturalmente deboli) sono le soluzioni anche di un mondo che va via, via sviluppandosi.

Infatti per quanto riguarda la frattura est/ovest euroasiatica, una spiegazione corre veloce al colonialismo ¹⁶. Tuttavia il colonialismo interessa solo parzialmente l'India, se riferito a quell'epoca, essendo settecentesca la conquista coloniale inglese dell'India, ottocentesca la guerra dell'oppio tra l'Inghilterra e la Cina, e tardo ottocentesca/novecentesca la dissoluzione dell'impero ottomano. Allora le spiegazioni sono diverse e mettono in gioco la sovrappopolazione europea (nonostante la brusca caduta, nel '300, dovuta alla peste nera), lo sviluppo del nord Europa (inesistente fino all'anno 1000), la ripresa dei commerci, la produzione d'energia, la nascita della manifattura, l'avvio delle rotte atlantiche e la scoperta dell'America.

¹⁴ Le coniche sono ottenute, da Apollonio di Perga, come sezioni piane di un cono.

¹⁵ Le quadriche, come già le coniche, servono anche alla progettazione di importanti ed imponenti architetture.

¹⁶ Il colonialismo è certamente una colpa gravissima dell'occidente e colpe, altrettanto gravi, sono, in rapida successione, l'imperialismo, il neocolonialismo e la globalizzazione negativa. Tuttavia attribuire colpe errate non contribuisce a chiarire, ma a confondere, talvolta

L'impero ottomano è vinto militarmente con la battaglia navale di Lepanto e con quella terrestre che pone fine all'assedio di Vienna. Per quanto riguarda l'India, invece è l'avvio di una lenta conquista coloniale, a fronte di una debolezza politica interna (con lo scontro tra un residuo dell'impero mongolo al nord ed i regni dravidici al sud). Per quanto riguarda la Cina, dopo l'espansione verso il Pacifico meridionale e l'Indiano fino alle coste dell'Africa (nel '400), forse solo la paura del nuovo (che domina anche il Giappone, fino a metà dell'800) può essere un tentativo di spiegazione. Forse ..., perché la storia non si fa con i se ed i ma; tuttavia questa frattura è certamente un perdita gravosa.

E' innegabile che una concezione euro-centrica (a volte addirittura, odiosamente presentata come ariana ... ed allora anche nazista ? ¹⁷) può arrivare a sostenere una tesi così palesemente errata, ignorare il portato culturale di questa eredità nascosta e non essere dispiaciuti per la perdita gravosa di questa frattura. La matematica e le scienze matematiche sono evidentemente ben congeniali alla specie umana (ma non solo, perché anche altri animali sanno contare pochi oggetti), essendo parte della struttura biologica del cervello e della comune evoluzione biologica e sociale, più antica. L'evoluzione, più recente, è frutto della storia e deve comunque essere l'occasione per nuove sintesi e non altre divisioni, inutili e dannose.

L'eredità nascosta potrebbe essere ancora maggiore, studiando a fondo quanto rimane di inesplorato e non distrutto dal tempo e dall'incuria, nell'Africa nera (tanto nelle foreste pluviali sub-sahariane, quanto negli altopiani della regione del Nilo e dei grandi laghi, fino al deserto meridionale del Kalahari), in America Latina (nell'Amazzonia), in Oceania (dagli altopiani della Nuova Guinea a tutte le isole delle Melanesia, Micronesia e Polinesia, e nei territori indigeni dell'Australia e della Nuova Zelanda) e forse nelle regioni artiche del Canada, dell'Alaska e della Siberia, come pure nelle regioni fredde dell'America Latina (dalla regione Andina alla Patagonia, fino alla Terra del Fuoco).

Certamente la distruzione, dovuta al tempo ed all'incuria, è notevole e, purtroppo maggiore, dove più debole e marginale è il tessuto sociale, rispetto invece alle grandi civiltà non europee, come quella cinese, indiana ed araba, con le loro estensioni: coreana, giapponese, filippina, indocinese/indonesiana e cingalese (ad est), come pure turca, siriana, libanese, egiziana e magrebina (ad ovest). Eppure anche deboli tracce danno conferme significative; così il necrologio, scritto in occasione della morte di uno schiavo afro/americano, alla fine del '700, è un'importante testimonianza, come mostra il caso di Thomas Fuller, nato in una regione imprecisata nel golfo di Guinea ¹⁸ e schiavo in America a quattordici anni.

Quantunque non avesse mai imparato a leggere e scrivere, si era impadronito perfettamente dell'arte della numerazione. Sapeva moltiplicare sette per se stesso, e questo prodotto per sette, e i prodotti così ottenuti per sette, il tutto per sette volte. Era in grado di fornire il numero di mesi, giorni, settimane, ore, minuti e secondi compresi in qualsiasi periodo di tempo che una persona gli proponesse, includendo nel suo calcolo tutti gli anni bisestili che capitavano in mezzo; sapeva dire il numero di pertiche, iarde, piedi, pollici e grani compresi in una qualsiasi distanza, per esempio il diametro dell'orbita della Terra; e al termine di ogni calcolo forniva la risposta giusta in un tempo inferiore a quello che novantanove uomini su cento avrebbero impiegato usando carta e penna. ... Traeva conclusioni dai dati di fatto, e in maniera sorprendente, date le sue limitate opportunità. ... Se avesse goduto di opportunità pari a quelle di migliaia di suoi simili ... Newton stesso non avrebbe avuto ragione di vergognarsi a riconoscerlo suo fratello nella scienza (*Columbian Centennial*, 29 dicembre 1790).

con l'intento perfido di assolvere, perché se tutti sono colpevoli, allora potrebbe anche accadere che nessuno sia più colpevole ... e questo sarebbe un'altra colpa, davvero gravissima.

¹⁷ Ironia della sorte, se non fosse per averli visti tragicamente associati alla *Shoah* ebraica, ariani sono anche gli zingari, condannabili come persone e clan, per lo sfruttamento delle donne e dei bambini, e le ruberie, ma certamente da non criminalizzare come popolo.

¹⁸ Una testimonianza di poco precedente afferma che gli abitanti di questa regione (nello specifico, la regione costiera dell'odierno Benin, già regno del Dahomey, altrimenti nota come Costa degli Schiavi) sono così esperti nel tenere i loro conti che sono capaci di calcolare tanto esattamente e velocemente a memoria, quanto noi siamo in grado di fare con penna e calamaio.

Il *logos* ed i pesi ¹⁹

I numeri, come la scrittura, hanno origine da sigilli commerciali, agli albori della storia. L'avvio della storia, con la nascita dei grandi imperi, sacralizza la scrittura (a riguardo, alcuni esempi sono già nella Bibbia ed in altre letterature antiche), come gli stessi numeri. Dopodiché già dalle prime formulazioni filosofiche, le parole onorate, ovvero quelle importanti (come i nomi propri od i nomi delle classificazioni) diventano *logos*. Infatti in origine, il sostantivo *logos* (come il verbo *legein* ²⁰) può significare anche radunare, raccogliere, collegare, scandire ed enumerare; così le parole onorate, radunate, scandite, catalogate ed enumerate, si collegano ad i numeri interi.

I numeri interi quantificano la corrispondenza, uno ad uno, tra i nomi e le cose; di conseguenza, essi sono parole importanti e, vere e proprie, parti del *logos*. Un esempio positivo, molto antico, è la regola della falsa posizione, attuata operando, facendo calcoli per eccesso e per difetto, che origina dal calcolo del novilunio (o luna nera), con osservazioni astronomiche, a partire dall'ultima apparizione della luna calante e dalla prima apparizione della luna crescente. Un esempio negativo, scritto dal Friedrich von Schiller (poeta e scrittore all'inizio del romanticismo tedesco) e tristemente premonitore, è la figura del grande inquisitore per il quale tutti gli uomini sono solo numeri !!

Altri esempi antichi sono presenti nei problemi geometrici della rettificazione della circonferenza (e di altre linee) e della quadratura del cerchio. A riguardo, occorre tenere conto che lo sviluppo in serie di Taylor del quadrato in un binomio, arrestato al primo ordine, è già presente negli elementi di Euclide. Inoltre un'altra curiosità geografica/geometrica è l'analogia tra sorgente/fiume e punto/linea. Infine altri esempi matematici e fisici sono la definizione della sezione aurea (cioè della media geometrica o proporzionale, confrontata con la tradizionale media aritmetica) ed il calcolo delle frequenze di cinque note musicali (do, re, mi, sol, la), dove il rapporto due ad uno indica l'intervallo di un'ottava.

Quasi tutti questi problemi richiedono il calcolo di rapporti, aprendo così ai numeri razionali, ed un significato traslato di *logos* può anche essere rapporto, ovvero un confronto, tramite un quoziente tra numeri interi. Un altro principio antico afferma che il tutto è sempre maggiore di ciascuna delle sue parti ²¹, definendo così il concetto di buon ordinamento. Da qui, introducendo il cerchio come il poligono, con infiniti lati, intermedio tra i poligoni inscritti ed i poligoni circoscritti, si è prossimi al concetto di limite, proprio dell'analisi matematica. Un metodo analogo è impiegato delle frazioni continue, infinite (ascendenti e discendenti) di Julius Wilhelm Richard Dedekind, per trovare un numero reale, come elemento separatore.

Principio della struttura universale è il numero; ragione per cui anche la ragione giudicatrice di tutte le cose può chiamarsi numero, essendo senz'altro partecipe della potenza di questo ultimo (Sesto Empirico).

In origine, *logos* è anche poesia o comunque letteratura, in Omero, Esiodo, Esopo, ecc., dove tuttavia il numero è sempre presente, come è presente anche nella filosofia presocratica ed in Socrate (documentato nei Dialoghi socratici di Platone). Aristotele e, in parte, Platone distinguono tra nome e verbo, dando al *logos* un significato più ampio di parola. Infatti *Logos* è un discorso e, in senso lato, anche un'operazione manuale ed una costruzione, come la costruzione geometrica del cerchio. Del resto, la geometria può essere fatta da teoremi da dimostrare che trascendono i problemi costruttivi, oppure da problemi costruttivi che introducono i teoremi da dimostrare.

¹⁹ Liberamente tratto e riassunto da: Numero e Logos, di Paolo Zellini (Adelphi, Milano, 2010), libro molto ricco di citazioni dotte.

²⁰ Letteralmente, secondo l'etimologia classica, *logos* significa discorso ed il verbo *legein* significa parlare.

²¹ Questo principio è messo in discussione da Georg Cantor, in relazione alle quantità infinite e transfinito.

Allora sulla scorta del divenire di Eraclito, un moto circolare è nei quattro elementi di Empedocle: aria, acqua, terra e fuoco. Platone collega i cinque solidi regolari, ai quattro elementi ed all'armonia del tutto, ovvero il tetraedro al fuoco, l'ottaedro all'aria, l'esaedro o cubo alla terra, l'icosaedro all'acqua ed il dodecaedro all'armonia. In epoca medioevale/rinascimentale i solidi regolari sono collegati alle cinque note musicali (do, re, mi, sol, la) ed anche a figure mitiche ed alcune divinità importanti. Infine Johann Kepler (italianizzato in Keplero), grazie alla misura dei periodi di rivoluzione e dei semiassi maggiori delle orbite, collega anche i cinque pianeti, allora noti, Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno.

Circa la generazione di numeri razionali ed irrazionali (ma si potrebbe estendere il ragionamento anche ai numeri trascendenti, con opportune operazioni), definiti rispettivamente gli inversi e le radici di numeri interi, e posti, a loro volta, uguali ad uno (con un cambio di scala), tutti gli altri numeri razionali ed irrazionali non sono altro che moltiplicazioni di queste nuove unità per il fattore d'amplificazione prescelto²². Infatti i numeri irrazionali e trascendenti completano il campo discreto, ma denso, dei numeri razionali, con il campo continuo di numeri reali. A riguardo, è del sopraccitato Cantor il metodo della diagonale, per dimostrare che i suddetti numeri irrazionali e trascendenti non appartengono ai numeri razionali.

Platone, ma soprattutto Aristotele, individuano una natura triadica nel numero: unità, progressione e retrocessione, ovvero generalizzando: principio, mezzo e fine, con una tradizione aristotelico/ellenistica, ripresa da Baruch Spinoza, in epoca moderna. Alternativa dichiarata al discreto, dove esiste sempre un mezzo, è il continuo, enunciato dai neoplatonici: Plotino, Profirio e Proclo, e ripresa da Gerolamo Cardano e Gottfried Wilhelm von Leibniz, fra il rinascimento e l'età delle riforme. L'analisi della potenza del continuo porta alla definizione di insiemi transfiniti, estendendo a questi, per generalizzazione, le proprietà insiemistiche degli insiemi finiti, definite da Karl Weierstrass.

Una curiosa teoria dei numeri interi elementari individua nel numero 2 la simmetria bilaterale e nel numero 5 le dita della mano. Dopodiché 7 è la loro somma, così come il primo dopo il numero perfetto $6=1 \times 2 \times 3$. E' altresì curioso notare che finiscono per cinque tutte le potenze di 5 e per sei tutte le potenze di 6.

Nella tradizione ebraico/ellenistica, continuata nella cabalistica medioevale, nella patristica orientale (soprattutto con la gnosi) e, in parte, nella tarda scolastica prerinascimentale, le opere sono il frutto della sapiente parola divina e la luce (prima delle opere, insieme al movimento, dopo la divisione dell'acqua ferma e buia: non creata !!, nelle acque di sopra e di sotto, cioè del cielo e della terra²³) è misura, numero e peso. Da questi ultimi, discende la vera giustizia che fa uso dei piatti di una bilancia. A riguardo, il gioco del bilanciamento dei pesi e della pesata è sempre un'approssimazione, per eccesso e/o per difetto, modellando continuo (cioè il peso di un oggetto) con i discreti (ovvero i pesi campione)²⁴.

L'aggiunta del peso, oltre alla misura ed al numero, mette in evidenza la principale forza cui si è sottoposti, ovvero la gravità, anche se essa è suddivisa, per gli antichi, nella gravità dei corpi leggeri (che vanno verso l'alto) ed in quella dei corpi pesanti (che vanno verso il basso). Per completezza, si ricorda che la tradizione ebraico/ellenistica fa incontrare e contribuisce a fondere, preparando il terreno anche alla teologia paolina ed al vangelo giovanneo (successivo ai tre vangeli sinottici, di pura tradizione ebraico/palestinese), l'antica tradizione ebraico/palestinese con la filosofia greca (platonica, aristotelica e stoica), a sua volta, originata dall'antica sapienza greca e dalla filosofie successive (naturalistica, pitagorica, sofista e socratica).

²² Un valido strumento, per l'estensione di alcuni concetti e proprietà dal finito all'infinito, è dato dall'assioma di scelta di Ernst Zermelo.

²³ I miti delle acque e del diluvio sono presenti in quasi tutte le religioni antiche.

Pur nella asserita volontà di differenziarsi radicalmente dalle religioni precedenti, il cristianesimo assume invece forme sincretiche con queste, mutuando nel sincretismo ebraico/ellenistico/cristiano, miti e riti (dono, offerta, sacrificio, pietà, grazia) egizi, mesopotamici, anatolici, greci (in particolare, orfici) e romani. Per contro, non mancano scontri filosofici pesanti (oltre alle persecuzioni, da entrambe le parti, seppure in successione temporale), tra la filosofia ellenistico/pagana e la teologia ebraico/cristiana. In questo contesto, il medioplatonismo definisce Gesù di Nazareth un miserabile stregone, per essersi dichiarato Cristo, ovvero il figlio di Dio.

D'altra parte, la ripresa neoplatonica (ben oltre la rigidità teologica di Agostino d'Ippona, Bonaventura da Bagnoregio e dello stesso Martin Luther, italianizzato in Lutero, cui la storia affida il compito di padre della riforma, pur essendo teologicamente un conservatore), l'aristotelismo oxoniano, ma non quello più tardo patavino, ostinatamente ottuso (dopo la riscoperta di Aristotele, grazie ad Ibn Rushd Averroè, Alberto Magno e Tommaso d'Aquino) e la sapienza artigiana, delle botteghe tardomedievali e rinascimentali, superano la scienza antica, ormai sterile. Infatti proprio tutto questo complesso di novità è l'incubatrice ed il vettore per la nascita della scienza nuova, a partire dalla logica, dall'algebra, dall'astronomia, dalla meccanica e dall'ottica.

La filosofia naturale è scritta nel libro ... dell'universo, ... in lingua matematica (Galileo Galilei, *Il Saggiatore*).

Immanuel Kant, costruendo la filosofia della matematica e delle scienze, sviluppatasi tra '600 e '700, pone il numero nella categoria della quantità e nel concetto della totalità. Dopodiché nel corso dell'800, questa sintesi critica, libera dal concetto (errato) di spazio e tempo assoluti, è una guida per il prodigioso sviluppo fisico/matematico. Un po' in anticipo sui tempi, Friedrich Nietzsche²⁵, riconoscendo la crisi della conoscenza e delle scienze, tra la fine dell'800 e l'inizio del '900, denuncia il legame della scienza e della tecnica, ancora con gli archetipi della sapienza antica. Lo stesso apre ad un possibile concetto, più generale, di numero (perché la bilancia è rotta) che diviene proprio della nuova matematica del '900.

Allora al posto di un isomorfismo deterministico tra numeri e realtà è necessario mettere in atto relazioni probabilistiche di connessione e/o di dipendenza funzionale tra enti diversi (numeri compresi), da sottoporre a verifica inferenziale, a posteriori. In questo modo, è possibile tenere conto delle realtà d'uso, nelle diverse condizioni di vita, come precisato nelle Ricerche filosofiche di Ludwig Wittgenstein. Invece del tutto infondate sono le obiezioni filosofiche di Martin Heidegger e Benedetto Croce, alle scienze ed alla matematica. Infatti pur riconoscendo la loro crisi, tutta la modernità e la postmodernità, certamente nei loro aspetti negativi, ma soprattutto nei loro aspetti positivi, hanno bisogno di esse.

Un'altra caratteristica del mondo antico è l'oscillare fra le concezioni (indiane, persiane, ebraica, platonica, stoica, epicurea e gnostica) del tempo ciclico, proprio del succedersi dei giorni, delle fasi e dei mesi lunari, delle stagioni e degli anni, e quelle (aristotelica, scettico/eclettica e cristiana, nonché cinese) del tempo lineare, proprio della vita degli esseri viventi e, in particolare, della vita umana cosciente. Allora diversa, come noto, è la modellazione matematica, dove definizione di un punto improprio identifica le due concezioni /modellazioni, al prezzo di pesanti assunti metafisico/teleologici. D'altra parte, anche la misura dei periodi parziali del tempo lineare si rifà alla misura di tempi ciclici.

In questo contesto, il riconoscimento di grandezze incommensurabili tra i periodi ciclici fa passare dal calcolo di rapporti (*ratio*) alla loro approssimata restituzione (*restitutio*). A riguardo, occorre tenere conto anche degli

²⁴ In questo contesto, lo scambio dei piatti serve a correggere gli inevitabili sistematismi, legati a difetti strumentali dei bracci e dei piatti e/o alla taratura dei pesi utilizzati.

²⁵ Nietzsche è un filosofo piuttosto controverso e si presta a diverse letture; qui è interpretato con una lettura non nichilista.

errori di misura e di modello, come riconosciuto già da Archimede, confermato da Ibn Sinna Avicenna e Cardano, e fissato poi da Leibniz, come prassi scientifica e tecnologica consolidata. Un'osservazione conclusiva, tra finito ed infinito (formulata già da Lucrezio e comunque sempre aperta), riconosce il numero finito di lettere, sillabe, parole e loro combinazioni, seppure molto grande e tale che ogni eventuale ritorno non sia modellabile con circonferenze od ellissi, ma spirali od altre curve, quasi periodiche, aperte.

Voi dite il falso, per difetto non di logica o di fisica o di metafisica, ma di geometria
(Galileo Galilei, Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo).

La logica aristotelica, ripresa da Raimondo Lullo e dalla tarda scolastica, in epoca medioevale, fa uso degli universali. La logica seicentesca di Port Royal (cui aderisce Blaise Pascal) introduce il concetto di classi e, ad essa, aderiscono il sopraccitato Kant e Johann Friedrich Herbart (che differisce per una concezione sensista e non assoluta del tempo e dello spazio). George Boole affina la logica predicativa, accettata dai matematici dell'800, fino alla costruzione della teoria ingenua degli insiemi di Freidrich Ludwig Gottlob Frege. Il suddetto Zermelo e Bertrand Arthur William Russell oppongono alcuni paradossi a questa teoria che può essere ritenuta valida, limitando il concetto di estensione, in determinati casi.

Tuttavia anche la successiva teoria dei tipi del suddetto Russell e Alfred North Whitehead si scontra con il teorema di indecidibilità di Kurt Gödel, inteso a dimostrare l'impossibilità di ridurre la matematica alla logica. Eppure proprio a partire dagli algoritmi ricorsivi ²⁶ possono essere costruiti i fondamenti moderni del calcolo automatico e dell'informatica, riportando così il significato di *logos* e *legein* alla computazione, come in origine. Nello specifico, questi metodi fanno uso di tecniche di discretizzazione ed interpolazione, note dall'antichità, con Archimede, Erone e Pappo d'Alessandria, e raffinate, all'inizio dell'età moderna, dal sopraccitato Leibniz, Isaac Newton, Joseph Fourier ed altri loro contemporanei ²⁷.

La logica aristotelica riprende tesi matematiche di Pitagora (ed alcuni suoi predecessori), a loro volta, mediate da Platone, formulando i concetti di equilibrio, uguaglianza, medio, difetto, eccesso, differenza e rapporto che sono propri anche della matematica (aritmetica e geometria) e della matematica applicata (meccanica) di Euclide, Archimede, Apollonio di Perge, Erone e Pappo d'Alessandria. L'unità antica tra la matematica e le scienze matematiche con la filosofia, le lettere e le arti, nonostante gli annunci e gli appelli di Nikolaus von Kues (italianizzato in Cusano), Francis Bacon (italianizzato in Bacone) ed il sopraccitato Leibniz, si spezza in saperi frantumati, anche se non esclusivi e contrapposti ²⁸.

Un altro aspetto rilevante del passaggio tra l'età antica e l'età moderna è il superamento del panteismo, con la critica di David Hume alla religione naturale, e del motorismo, con le antinomie kantiane (in particolare, quella sulla religione), superando così anche il misticismo medioevale ed il sincretismo rinascimentale che invece influenza ancora René Descartes (italianizzato in Cartesio) ed i sopraccitati Pascal e Leibniz. Nel contempo, accanto allo sviluppo prodigioso della matematica e della fisica, a loro volta, resesi indipendenti rispettivamente dalla cabalistica e dall'astrologia, altre scienze assumono un loro statuto, indipendenti da precedenti aspetti magici, con elenchi, cataloghi, classificazioni e tavole comparative.

La scienza senza la religione è zoppa. La religione senza la scienza è cieca (Albert Einstein, aforisma).

²⁶ Gli algoritmi ricorsivi sostengono la dimostrazione del teorema di indecidibilità.

²⁷ In aggiunta, la teoria dell'approssimazione è studiata, dall'inizio dell'800, in primis da Gauss e continua a svilupparsi, fino a David Hilbert ad ai suoi successori, ben oltre l'inizio del '900. In questo stesso ambito, Norbert Wiener e Andrej Nikolaevič Kolmogorov studiano anche gli aspetti dinamici delle serie temporali.

²⁸ prescindendo da assurde pretese idealiste o storiciste

La logica moderna, enunciata dal circolo logico/matematico di Vienna e proseguita poi con Rudolf Carnap e Willard Van Orman Quine, invita ad usare enti, come numero, insieme, classe, tipo, ecc., senza cercare di definire gli stessi. Allora il metodo della diagonale, utile per dimostrare che i numeri reali hanno la potenza del continuo e non sono numerabili, serve anche per dimostrare i teoremi di Gödel sull'incompletezza dell'aritmetica e sull'esistenza di problemi indecidibili di Alonzo Church, nonché il problema di Alan Mathison Turing per l'arresto di un algoritmo. Per contro, il programma riduzionista del sopraccitato Hilbert, è valido solo in casi parziali.

Infatti esso richiede di isolare un settore della matematica (con sole operazioni finite), riformulare tutta la matematica, ove compare l'infinito (con nuovi assiomi formali, facendo uso solo di processi finiti) e dimostrare la coerenza del metodo (senza fare mai ricorso al concetto d'infinito). Pertanto esso dimostra coerenti alcuni problemi di matematica ordinaria, ad esempio, come quello di Augustin Louis Cauchy – Giuseppe Peano, sull'esistenza della soluzione di un'equazione differenziale ai valori iniziali. Di conseguenza, la definizione di una scala gerarchica delle operazioni elementari dell'aritmetica porta a costruire funzioni ricorsive primitive, a partire da alcune funzioni elementari²⁹.

Modelli matematici di struttura sono formulati tramite equazioni, oppure altri modelli a pattern (se esiste solo una tessitura debole) sono ottenuti tramite ordinamenti e logiche relazionali, mediante matrici di vario tipo. Algoritmi e procedure sono gli elementi del linguaggio matematico, in età moderna, definiti teoricamente da John Locke, sulla scorta del lavoro del sopraccitato Newton. Successivamente i suddetti Cauchy, Dedekind, Kolmogorov, ecc. (cui sicuramente occorre affiancare Andrej Andreevič Markov) mettono a punto algoritmi (con formule chiuse direttamente computabili) o procedure (con sequenze di operazioni, da compiere computando passi successivi), cosicché questi modelli diventino operativi³⁰.

A riguardo, un'aritmetica approssimata, per massimizzare una funzione obiettivo, oppure minimizzare la dispersione degli errori residui (come proposto da Leonard Euler, italianizzato in Eulero, Ruggero Giuseppe Boscovich e Jean Baptiste Le Rond d'Alembert) ad uso non solo di modelli grigi discreti e, per lo più lineari (dove la modellazione fisica è ben rigorosa), ma anche di modelli neri (dove la modellazione fisica è più incerta). D'altra parte, è ben evidente come non possa stabilirsi teoricamente una corrispondenza biunivoca rigida tra strutture (delle scienze dure) e modelli grigi, e pattern (delle altre scienze) e modelli neri, anche se questa tendenza è fortemente confermata nella pratica.

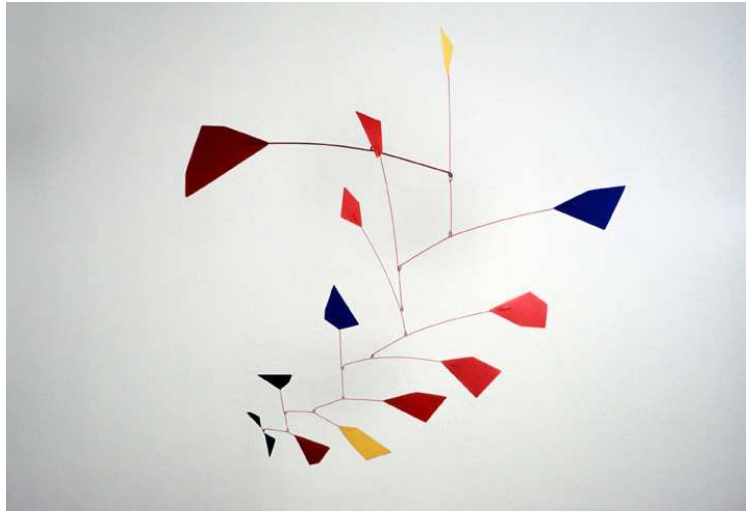
L'inevitabile presenza di errori, anziché snaturare il senso del processo, può renderlo più efficace e la velocità degli algoritmi e delle procedure, e l'interpretabilità dei risultati possono migliorare proprio perché si sostituiscono operatori esatti con operatori approssimati (Paolo Zellini, Numero e logos).

Il suddetto Russell, riprendendo considerazioni di Thomas Hobbes e dei sopraccitati Spinoza e Locke, afferma che, con procedimenti iterativi, si può combinare ragione e volontà. In questo modo, l'applicazione della matematica applicata e del calcolo scientifico possono contribuire al disincantamento del mondo, come richiesto da Max Weber. Un esempio storico famoso è la scoperta, da parte di Raffaele Bombelli, dei numeri immaginari (e poi di quelli complessi coniugati), per la risoluzione delle equazioni di terzo grado (inclusa la

²⁹ Queste funzioni sono la funzione identità, la funzione costante, la funzione successore, le funzioni immediatamente dipendenti da altre funzioni elementari e le funzioni a minori dimensioni, se le stesse funzioni a maggiori dimensioni sono elementari. A riguardo, occorre sempre tenere conto dell'effettiva computabilità pratica ed esistono comunque possibili eccezioni.

³⁰ I sopraccitati Wiener, Gödel, Church e Turing (cui sicuramente occorre affiancare Emil Leon Post e John von Neumann) evidenziano come il passaggio dai modelli agli algoritmi e/o alle procedure richieda sempre un passaggio al discreto, anche se il modello originario è continuo, come la loro effettiva computabilità sia sempre iterativa e come questo fatto in sé induca errori di calcolo, a loro volta, confusi con gli inevitabili errori di misura e di modello.

via trigonometrica per evitarli), nel caso di tre radici reali ³¹. Un significativo valore della scoperta è ritrovare la coerenza e la completezza ³², ovvero la chiusura a fronte di una nuova operazione ³³.



Alexander Calder, L'equilibrio delle forme e colori nello spazio (Palazzo delle esposizioni, Roma)

Che cos'è la verità? ³⁴

Una teoria del vero ³⁵ dovrebbe rispondere alle seguenti domande:

- a quale tipi di cose si assegna l'aggettivo: vero;
- quali caratteristiche devono avere queste cose per essere dette vere,

facendo comunque attenzione alla forma, spesso sottintesa, del suddetto aggettivo ³⁶.

A riguardo, la teoria semantica di Alfred Tarsky stabilisce un criterio oggettivo di verità ³⁷:

³¹ In questo caso, se non si percorre la via trigonometrica, è necessario estrarre la radice quadrata di un numero negativo.

³² Per evitare un'eccessiva valutazione delle potenzialità del calcolo automatico, occorre rilevare il rischio di sostituire la predeterminazione teologica con il determinismo scientifico e/o tecnologico, come denunciato dal sopraccitato Wiener. D'altra parte, le macchine possono errare, così come la mente umana, ed allora l'incertezza e l'incompletezza di tutte le realtà impediscono di separare definitivamente, a priori, il bene dal male. Forse proprio queste considerazioni portano ad accettare criticamente il male, il dolore e la morte, nella vita, così come nel mondo dei numeri, ben sapendo che questi sono strettamente necessari per i destini globali del mondo e per tutta la vita associata, presente e futura. Per completezza, è interessante rilevare come idee, esperimenti ed ovviamente anche errori siano presenti nelle scimmie antropomorfe e, in particolare negli scimpanzé. Infatti queste scimmie celebrano i funerali degli adulti, una scimmia madre continua a coccolare il suo piccolo anche se morto e talvolta sa allevare anche i cuccioli di altre specie, gli adulti inventano strumenti di lavoro ed insegnano ai piccoli (dal bastone per attraversare i fiumi, fino a raschiare la frutta da sbucciare sulle cortecce degli alberi, passando per il galleggiamento sull'acqua dei semi, separandoli dalla terra), le stesse scimmie sanno memorizzare nomi e circostanze per il loro uso appropriato e hanno capacità ordinali e comparative (tuttavia addirittura gli scimpanzé non possiedono la grammatica e la sintassi, proprie del linguaggio umano, a prescindere dalla difficoltà di fonazione, e non conoscono l'aritmetica.). Sempre per completezza, è interessante notare come capacità cognitive minori siano presenti anche in animali inferiori, in particolare, altri mammiferi (carnivori, equini, elefanti, balene, delfini, foche, ecc.) ed alcuni uccelli (quali pappagalli e corvidi), ma anche alcuni insetti (come api, vespe e formiche). Del resto, seppure le piante non abbiano un sistema nervoso, le stesse piante trasmettono, al loro interno, segnali elettrici (ad esempio, dalle radici alle foglie), perché quelli chimici sarebbero troppo lenti, per gli scopi preposti. D'altra parte, le piante sono l'essere vivente più antico, più longevo, più alto, più grande e più veloce (in quanto l'esplosione di un seme avviene alla incredibile velocità di circa 500 Km/h).

³³ Gli algoritmi ricorsivi ed il calcolatore universale, rispettivamente dei suddetti Turing e von Neumann, rispondono alle richieste, giocando letteralmente con approssimazioni. Queste sono controllate in base all'accuratezza ed alla precisione necessarie (di numeri razionali, irrazionali e trascendenti, certamente irraggiungibili, ma comunque esistenti), e costituite da sequenze finite di zeri ed uni, per rappresentare numeri interi decimali finiti.

³⁴ Il titolo del paragrafo è provocatoriamente tratto dalla prima parte di un famoso versetto del Vangelo di Giovanni Evangelista, relativo al processo a Gesù di Nazareth, condotto da parte di Ponzio Pilato, governatore romano della Palestina: Gli domandò Pilato: che cos'è la verità ... (Giovanni, 38,18), perché anche in questo caso, come di fronte ai problemi del male, del dolore e della morte, nessuna giustificazione razionale è fornita da Gesù stesso.

³⁵ Liberamente tratto e riassunto da: Introduzione alla verità, di Franca Agostini (Bollati Boringhieri, Torino, 2011), pur riconoscendo opinioni diverse, in merito all'accettazione dello scetticismo e del relativismo moderati.

³⁶ E' facile constatare come, anche qui ed ora, nessuna risposta razionale, assoluta e definitiva, possa essere fornita.

³⁷ Questo criterio è simile al semicostruzionismo kantiano che combina due concetti distinti, ma correlati: realismo (secondo cui esiste la realtà) ed empirismo (in base al quale l'umanità possiede la capacità di conoscerla), mentre disgiungere realismo ed empirismo porta rispettivamente al materialismo grezzo e triviale, ed all'antirealismo idealista.

un enunciato è vero se e solo se quanto afferma è confermato e/o dimostrato vero ³⁸,

in seguito ad una condizione d'adeguatezza materiale.

Conferme di verità possono ottenersi con logiche ³⁹ robuste che distinguono teorie:

- della corrispondenza alla realtà;
- della coerenza con altre proposizioni vere;
- pragmatiche, per utilità, efficacia e successo ⁴⁰,

prescindendo da alcune eccezioni, note come paradossi ⁴¹.

Per contro, alcuni problemi sussistono intorno alla verità, riguardano:

- il regresso all'infinito, con la difficoltà di definire lo status di cose ed eventi;
- il circolo delle verità, perché tutto si tiene in modo olistico;
- l'eterogeneità e le difficoltà di corrispondenza tra proposizioni e realtà,

³⁸ Vero, come unico, giusto, buono e bello, è una proprietà immateriale che appartiene insieme al linguaggio ed al metalinguaggio, perché si applica trasversalmente alla realtà ed al linguaggio stesso.

³⁹ Una breve digressione, liberamente tratta e riassunta da: Linguaggio e sistemi formali – Teorie e metodi della linguistica matematica da Carnap a Chomsky. AAVV, a cura di Armando. De Palma, Einaudi – Readers, Torino, 1974, dà alcuni cenni dei legami della logica moderna con altre discipline, in primis, la linguistica.

Linguaggio e sistemi formali

- Ogni insieme generato di numeri interi positivi è ricorsivamente numerabile ed ogni funzione ricorsiva è calcolabile e viceversa.
- Nessuna logica, generata ricorsivamente, è completa (cioè senza buchi), ma ogni logica, generata ricorsivamente, può essere estesa.
- Due esempi sono offerti dalla teoria dell'estensione del riferimento e dalla teoria dell'intensione del significato.
- Nessun insieme complesso è riducibile ad un insieme semplice, con tavole di verità limitate, ma qualsiasi insieme complesso è riducibile ad un insieme semplice, con tavole di verità illimitate.

Classificazione delle grammatiche

- Grammatiche di tipo zero, corrispondenti alla macchina di Turing universale;
- grammatiche di tipo uno, ovvero grammatiche contestuali, corrispondenti ad alberi di derivazione qualsiasi;
- grammatiche di tipo due, ovvero grammatiche non contestuali, corrispondenti ad alberi di derivazione binari;
- grammatiche di tipo tre, ovvero grammatiche regolari (a stati finiti), corrispondenti alla catene di Markov.

La contestualità è comunque indipendente dalla semantica e, facendo riferimento ad una topologia e/o geometria 2D e 3D:

- relazioni non contestuali sono rappresentate con *quadrees* od *octress*;
- relazioni contestuali sono rappresentate con strutture vettoriali qualsiasi, rispettivamente piane o spaziali.

Linguistica e metateorie

- Una proprietà esatta, come quelle della matematica classica, è un punto nello spazio logico.
- Un significato esatto, di specificità minore, è una regione, piccola o grande, ma con un confine netto.
- Un significato vago è una regione senza confine, descritta specificando tre zone:
 - la zona interna affermata;
 - la zona intermedia, d'indeterminatezza;
 - la zona esterna negata.

Caratteristiche particolari dei linguaggi naturali sono le ellissi od omissioni, la pluralità espressiva (governata dalla somiglianza) e le incassature testuali (entro i limiti delle espressioni a-grammaticali). A riguardo, occorre osservare come le incassature abbiano limiti minori, se l'incassatura è una premessa (cioè disposta a destra) od una conclusione (cioè disposta a sinistra), rispetto ad una incassatura centrale. Altre operazioni della linguistica sono la soppressione, l'aggiunta e la sostituzione.

Linguaggi e comunicazione

Il significato di un'espressione è il suo uso nel linguaggio naturale che comporta l'incommensurabilità di uno schema concettuale, rispetto ad un altro schema differente. Tuttavia occorre ribadire l'inesistenza di un linguaggio privato, anche in relazione all'innatismo delle capacità linguistiche.

⁴⁰ Occorre tuttavia segnalare come utilità, efficacia e successo non siano sempre a favore della verità.

⁴¹ Condizioni per l'esistenza di paradossi sono: autoriferimento, negazione ed interazione con altri (altrimenti detta: diagonalizzazione).

e non permettono di parlare di una verità assoluta e definitiva.

Una possibile alternativa è offerta da una tesi deflazionistica, mossa da un pensiero scettico, tipico dello scetticismo e del relativismo moderati che tendono a sminuire il problema della verità (in particolare, i principi logici aristotelici di non contraddizione e del terzo escluso). In questo modo, riconoscendo fatti soffici, mutevoli e contingenti ⁴², a cose e/o eventi possono corrispondere solo verità vaghe e parziali, governate da funzioni di probabilità (o metodi fuzzy, in corrispondenza ad insiemi sfumati) e giudicate da logiche inferenziali paracomplete o paraconsistenti. In ogni caso, respingendo ipotesi idealiste e totalitarie, realismo, tolleranza e pluralismo sono requisiti necessari.

Le logiche paracomplete e paraconsistenti costituiscono due casi importanti.

- ❑ Nel primo caso, adottando logiche paracomplete, quando le informazioni (contenute nei sistemi di dati) sono sottodeterminate, possono servire funzioni di regolarizzazione.
- ❑ Nel secondo caso, facendo invece uso di logiche paraconsistenti, quando le informazioni (contenute nei sistemi di dati) sono sovradeterminate, possono essere utili criteri di minimizzazione della dispersione degli errori residui o di massimizzazione di una funzione obiettivo (altrimenti detta cifra di merito).

Allora queste logiche permettono di affrontare problemi anche in condizioni di incertezza ed incompletezza.

Pertanto alcune regole dello scetticismo e del relativismo moderati ⁴³ sono a vantaggio di questi requisiti:

- ❑ regola dell'attualità o dell'attenzione alla realtà effettuale;
- ❑ regola delle credenze, consolidate nelle varie culture;
- ❑ regola del conservatorismo o dell'attenzione alla storia pregressa;
- ❑ regola dell'attenzione alle novità od alla storia futura possibile;
- ❑ regola della somiglianza tra possibili spiegazioni che determinano il grosso centrale;
- ❑ regola della migliore spiegazione tra tante possibili, minimizzando la dispersione dell'informazione;
- ❑ regola dell'affidabilità dei dati, in base alla loro ridondanza,

e servono anche a sostenere la società aperta e la democrazia liberale ⁴⁴.

(Con) un frammento di sistema ... non (si ha) più lo sguardo pieno di disprezzo, non più il cieco tremare del popolo davanti ai suoi saggi e ai suoi profeti (Georg Wilhelm Friedrich Hegel, Wilhelm Friedrich Joseph Schelling e Friedrich Hölderling, Il più antico programma di sistema dell'idealismo tedesco, 1796/97).

I movimenti promotori di una maggiore giustizia sociale intendono offrire un futuro a questo pianeta, attivandosi per assicurare la sopravvivenza delle risorse terrene e per garantire a tutti i diritti d'accesso fondamentali a tali risorse. In testa a questi movimenti troviamo le piccole comunità deprivate dei benefici del mercato globale, ma costrette a subirne i danni. Sono punte di resistenza che contrastano la tendenza a sradicare i popoli per trasformarli infine in soggetti eliminabili. Questa alternativa democratica alla globalizzazione è la risposta non violenta alla guerra che rischia di distruggere tutti, inclusi i vincitori. Le pratiche introdotte dai movimenti ... emergenti costituiscono esempi significativi di come procedere per ottenere giustizia, ... e forme di sviluppo più eque ed ecologicamente sostenibili (Vandana Shiva).

⁴² Fatti soffici, mutevoli e contingenti si adattano regolarizzandoli anche a problemi inversi malposti, richiedono un uso combinato delle fonti, ricercando la migliore spiegazione, ed invitano a prenderli in considerazione da un punto di vista plurale, con un noi, invece che da un punto di vista singolare, con il solo io (rifuggendo così la triste solitudine di un soggetto isolato).

⁴³ Nel mondo antico e nel rinascimento, scetticismo e relativismo moderati originano dalla scoperta e dalla conoscenza di tante culture diverse. Invece lo scetticismo ed il relativismo radicali, tipici del secondo '800 e della prima metà del '900, portano al nichilismo e, come il materialismo gretto e triviale, richiedono comunque una dose notevole di metafisica, seppure negandola (il che sembra un assurdo).

⁴⁴ Più complesso è invece il problema della giustizia distributiva, intesa come equità, che implica l'accettazione (purtroppo non condivisa da tutti) di diritti positivi, accanto ai diritti negativi, come nella costruzione socialdemocratica del welfare.

Il neokantismo di Ernst Cassirer ⁴⁵

Cassirer è uno studioso di storia della filosofia, prima di essere un esponente del neokantismo.

Periodo berlinese

Il corso della filosofia, fino ad Immanuel Kant, è tutto percorso dal dibattito tra razionalismo continentale ed empirismo britannico. Il metodo di René Descartes, italianizzato in Cartesio (non solo logico/aristotelico, ma anche prospettico, produttivo e costruttivo), il razionalismo di Bauc Spinoza e la logica di Gottfried Wilhelm von Leibniz (prescindendo dagli aspetti essoterici della Teodicea e della Monodologia) sono i pilastri del primo. L'empirismo di John Locke, il sensismo di George Berkely e lo scetticismo di David Hume caratterizzano il secondo.

A sua volta, questo dibattito, originato con lo sviluppo seicentesco/settecentesco della scienza, a partire da Francis Bacon (italianizzato in Bacone), Johann Kepler (italianizzato in Keplero) e Galileo Galilei, s'innesta sulla controversia quattrocentesca/cinquecentesca fra neoplatonismo ed aristotelismo/scolastico. In questo contesto, tutto il rifiorire del platonismo, anche se non si può proprio parlare di una sua riscoperta, dopo il latino Plotino e poi da Agostino d'Ipbona fino a Martin Luther (italianizzato in Lutero), prosegue innovandosi nel solco della sintesi feconda tra platonismo e cristianesimo.

Infatti la cosiddetta riscoperta quattrocentesca del platonismo si avvia con Nikolaus von Kues (italianizzato in Cusano) e prosegue con Lorenzo Valla, Marsilio Ficino, Leonardo da Vinci, Pietro Pomponazzi, Pico della Mirandola, Bernardino Telesio, Giordano Bruno e Tommaso Campanella, operando parallelismi interessanti ed audaci fra la sapienza mitologica greca e la tradizione ebraico/cristiana, cosicché Prometeo è Adamo, i Dioscuri (Castore e Polluce) sono arcangeli, Apollo, Orione, Ercole ed Orfeo sono Gesù di Nazareth, alcune divinità femminili greche (Cerere e Giunone, come l'egizia Iside) sono la madonna, ecc.

D'altra parte, l'apporto arabo/ispanico di Ibn Rushd Averroè riporta in Europa l'aristotelismo, già emigrato del mondo greco/bizantino a quello persiano/arabo, che trova nuova linfa con Tommaso d'Aquino e poi tutta la tarda scolastica, fino ai suoi patetici epigoni controriformisti. Marginalmente è interessante notare come la precedente patristica, seppure più limitata nella sua dimensione filosofica, sia tuttavia ben più libera, spaziando, almeno con la gnosi orientale, ben oltre il platonismo, fino allo stoicismo, all'epicureismo ed allo scetticismo eclettico.

Ogni direzione originaria che la conoscenza prende, ogni interpretazione cui sottopone i fenomeni, per comprenderli nell'unità di una correlazione teorica o di una determinata unità di senso, implica una particolare versione e forma del concetto di realtà effettuale. Qui non si danno solo le caratteristiche differenze degli oggetti scientifici, ..., ma alla totalità della conoscenza teorico/scientifica si contrappongono anche altre attribuzioni di forma simbolica e di senso ... di tipo indipendente e di legalità indipendente, come la forma etica e la forma estetica (Ernst Cassirer, La teoria della relatività di Einstein).

Di ritorno al Kant precritico, occorre evidenziare la non contraddizione tra questi ed il Leibniz logico, dove lo spazio è lo spazio delle cose ed il tempo è il tempo degli eventi, con la negazione di spazio e tempo assoluti. Inoltre lo stesso Cassirer puntualizza come Kant, nella sua terza critica, fondi il giudizio estetico su uno spazio ed un tempo reali, percorsi e vissuti dall'esperienza, andando oltre gli assoluti postulati nella ragion pura. Infine è stabilita la natura, puramente metodologica, dell'a-priori e che nulla può essere imputato a Kant ⁴⁶, relativamente agli sviluppi della matematica e della fisica, nell'800/900.

⁴⁵ Liberamente tratto e riassunto da: Introduzione a Cassirer, di Giulio Raio (Edizioni Laterza, Bari, 2002).

⁴⁶ Una tesi contraria è ipotizzata da alcuni positivisti logici.

Invece il neokantismo ⁴⁷ considera la strutturazione della geometria un esempio significativo dell'astrazione dei concetti. Infatti dalle figure agli oggetti della geometria sintetica euclidea si passa alle coordinate seriali/numeriche della geometria analitica cartesiana, abbandonando poi un punto di vista, assoluto ed unitario, con la geometria proiettiva, dalla scoperta quattrocentesca delle leggi della prospettiva alla sua formalizzazione seicentesca. Dopodiché l'astrattizzazione dei concetti matematici prosegue con le geometrie non euclidee, cosiddette riemaniane.

Un punto d'arrivo significativo è la definizione dei concetti astratti della topologia di Arthur Cayley, Camille Jordan e Felix Klein. Inoltre nel vasto campo delle scienze naturali, la matematicizzazione della fisica e della chimica è un altro importante esempio del passaggio dalla percezione di osservazioni reali ed empiriche alla formulazione di concetti astratti, strutturati in teorie, vere e proprie. Altre scienze naturali e le scienze umane hanno maggiori difficoltà ad abbandonare rispettivamente classificazioni naturalistiche e percorsi storici, ma si hanno esempi di costruzione di modelli matematici interessanti, anche in questi casi.

Un aspetto parallelo è la crescita progressiva della coscienza civile, base essenziale dello sviluppo sociale e democratico in Europa. Infatti dall'umanesimo alla riforma, così come dal rinascimento allo scientismo e poi dall'illuminismo al romanticismo, nonostante tante contraddizioni, sono innegabili crescita, radicamento ed estensione. In particolare, l'uscita dalle guerre di religione, sanguinose e devastanti, è un passaggio fondamentale che si trova nelle opere dei costruttori rinascimentali di un'etica diversa ⁴⁸ e dei teorici illuministi della tolleranza ⁴⁹.

Non orologi o metri materiali, ma principi e postulati sono i veri e propri strumenti ultimi di misura (Ernst Cassirer).

Periodo amburghese

Le principali fonti del concetto di forma simbolica sono Cusano, Bruno, Leibniz e Kant, relativamente alla logica, Johann Wolfgang Goethe, Friedrich von Schiller e Karl Wilhelm von Humbolt, per l'estetica, Johann Friedrich Herbart, Hermann von Helmholtz, Ernst Mach e Heinrich Rudolph Hertz, per quanto riguarda la fisica. A riguardo, argomenti specifici sono dati dai simboli e dalle forme di Cusano e Bruno, dalla teoria della conoscenza di Leibniz, dalla critica della conoscenza di Kant, dalla teoria dei colori di Goethe (a suo modo, anticipatrice della teoria della *Gestalt*) e dalla filosofia della libertà di Schiller ⁵⁰.

In particolare, Kant definisce il principio d'autonomia, nella Critica del Giudizio, bilanciando la tensione fra il principio della libertà e quello di forma. Oltre alla teoria dei numeri cardinali, la distinzione fra copia fedele e segno corrispondente e funzionale, le equazioni dei campi fisici ed i concetti (già herbartiani) di spazio, tempo e massa sono invece i più importanti contributi, assunti da Helmholtz, Mach e Hertz. Altre fonti riguardano la mitologia e l'iconografia cui va aggiunta l'interazione reciproca con alcuni suoi contemporanei, principalmente Edmund Husserl ⁵¹.

⁴⁷ Contrariamente ai filosofi neokantiani, Kant non ha conosciuto gli sviluppi successivi della matematica, della fisica e di altre scienze naturali. In caso contrario, avrebbe potuto formulare diversamente la geometria dello spazio e la fisica del tempo e del moto. Invece grandissima è la sua adesione alla geometria euclidea e soprattutto alla teoria copernicana, alla matematica (assoluta, come la fisica) euleriana, all'astronomia kepleriana ed alla meccanica galileiana e newtoniana, prescindendo da qualsiasi retaggio teologico, alla sua epoca ancora in voga.

⁴⁸ Tra questi, spiccano Jean Bodin, Michel Eyquem de Montaigne, Francisco Suárez, Johann Althusius, Erasmo da Rotterdam, Thomas More (italianizzato in Moro), Huig van Groot (italianizzato in) Ugo Grozio.

⁴⁹ Tra questi altri, spiccano invece Blaise Pascal, Baruch Spinoza, Charles de Secondat barone di La Brede e di Montesquieu, Voltaire (pseudonimo di François-Marie Arouet), Jean Jacques Rousseau, Denis Diderot, Claude Adrien Maria Helvetius.

⁵⁰ In Schiller è da evidenziare anche la connessione tra soggetto ed oggetto, di derivazione kantiana.

⁵¹ Un collegamento notevole esiste anche con il romanticismo tedesco (Wilhelm Friedrich Joseph Schelling, Heinrich von Kleist, Friedrich Hölderling, Clemens Brentano, i fratelli Grimm Jacob e Wilhelm, ecc.) e la riscoperta del mito.

Le forme delle cose, in quanto servono solo come mezzi della rappresentazione mediante concetti, sono simboli e la conoscenza relativa è detta simbolica o figurata (Immanuel Kant, Scritti morali).

Il cammino della conoscenza si muove tra la sottostruttura del mondo reale e la sovrastruttura della scienza, nell'ordine, grazie al mito ed al linguaggio, fino logica del numero, percorrendo tuttavia strade che portano alla comprensione del mondo, anche diverse dalla concezione puramente scientifica. Infatti il passaggio dai concetti matematici ai concetti fisici richiede di concettualizzare sostanze e funzioni, passando dallo stadio elementare dell'espressione, a quello mediato della rappresentazione, in un processo di oggettivazione che continua, fino allo stadio scientifico del significato.

In questo contesto, si situa la controversia con Martin Heidegger, oltre ad una chiarissima condanna politica, sulla lettura neokantiana della struttura della libertà, mutuata dal Kant precritico e dalla Critica del Giudizio, e contrapposta ad un'errata interpretazione irrigidita del kantismo critico tradizionale. Pertanto l'annuncio di Cassirer, a favore dell'infinità, non è metafisica, né verso un'inesistente e folle infinità realistica, ma verso un'infinità possibile per un mondo libero, costruito dagli uomini stessi. Allora l'infinità è anche una garanzia, contro il rischio della finitezza e dell'incomunicabilità.

I diversi prodotti della cultura: linguaggio, conoscenza scientifica, mito, arte, religione diventano, nonostante la loro diversità, mentori di una grande connessione problematica, diventano punti di partenza per giungere ad un unico scopo: trasformare il mondo passivo delle semplici impressioni nelle quali lo spirito a tutta prima appare rinchiuso, in un modo della pura espressione (Ernst Cassirer, Fisica delle forme simboliche).

La filosofia del linguaggio

Il linguaggio è all'attenzione già da Eraclito, fino ad Epicuro. In esso, Platone distingue quattro gradi di conoscenza: il nome, la definizione linguistica, l'immagine e la conoscenza scientifica. Tra il '600 ed il '700, il linguaggio interessa sia i razionalisti che gli empiristi, fino al criticismo kantiano ed anche oltre tra i romantici tedeschi. Inoltre è studiato da un illuminista particolare, come Gianbattista Vico che nella scienza nuova argomenta sulla vicinanza tra suoni e parole, e da un preromantico, come Johann Gottfried Herder che lo definisce il primo carattere della riflessione.

Sul linguaggio, cogliendo aspetti morfologici e sintattici, nonché significati semantici (perché il significato è già nel segno composto da forma e stile), Cassirer riprende la lezione di Leibniz e Humbolt, rispettivamente la determinazione dall'alto del suo fissarsi, in un qualche simbolo caratteristico, e la fissazione delle legge dell'espressione, dove valore e natura, di una forma simbolica, non denotano vicinanza al dato immediato, ma viceversa progressivo allontanamento. Nello specifico, lo spazio è conosciuto con la nominazione, a partire dapprima con le parti del corpo e successivamente con i luoghi della propria vita comune.

Invece il tempo è percepito innanzitutto come presenza ed assenza, poi come immediatezza e durata, infine come ordine temporale. Nel linguaggio, si distinguono una fase elementare minima (imitativa ed indicativa), una fase intermedia analogica (con la fonazione ed una grammatica elementare) ed una fase terminale simbolica (provista di sintassi e semantica, dove la pluralità dell'indicazione porta alla significazione). In questo contesto, intuizioni successive ad impressioni sono sostituite da rappresentazioni di spazio, tempo e misura (espressa tramite numeri, con il conteggio ed il calcolo di rapporti).

Per quanto riguarda la genesi dei numeri, il corpo umano, la sua forma simmetrica e le sue membra, in particolare, le dita della mano sono il modello delle numerazioni primitive (fondate sui numeri interi positivi: 1, 2 e 5, e sul numero $7=2+5$). Sempre di derivazione humboltiana è la distinzione tra interno (cioè la propria persona) ed esterno (il mondo circostante), non separati, ma collegati dalle proprietà personali (individuate

tramite l'aggettivazione possessiva). Proprio queste distinzioni possessive e poi pronominali (in particolare, io, tu/voi, noi, essi) sono alla base della concettualizzazione delle società.

Al livello più alto del pensiero morale ... è la voce liberale che si esprime
(Ernst Cassirer, Filosofia dell'illuminismo).

La rivalutazione del mito

La funzione del mito, in un mondo prescientifico (popolato da demoni e dei, fatto non di cose e proprietà, ma di potenze e forme mitiche), è figurativa. La storia del mito, seppure antica, è meno strutturata di quella del linguaggio e deve anche combattere il pregiudizio illuminista che il mito sia solo allegoria. Invece il mito, secondo Schelling ed i romantici tedeschi, è progenitore delle divinità (e non viceversa), secondo Ludwig Feuerbach e la sinistra hegeliana, uno dei primi atti empirici della coscienza psicologica, secondo Edmond Husserl e la fenomenologia, una forma simbolica, con compiti di oggettivazione della conoscenza.

Secondo Cassirer, le tre concezioni non sono incompatibili tra loro ed il mito serve ad istituire relazioni ed allora il mito (che costituisce la forma manifesta di questi legami) non celebra la rappresentazione di un evento, ma è l'evento stesso, come già detto in precedenza, in un rapporto prescientifico tra persona/e e mondo circostante. Pertanto ogni forma ha la sua espressione mitica, prima di assumere forme scientifiche, quali abbreviazioni astratte⁵². Talvolta la poesia od altre opere d'arte, quali interpretazioni concrete, sono il veicolo per il passaggio da una forma all'altra.

Se il mito genera la divinità, queste danno vita alle religioni (talvolta con una forma intermedia, costituita dal totemismo, dove un animale impersona la divinità⁵³) e, con esse (anche molto diverse tra loro, tranne per il culto degli antenati), alla distinzione sacro – profano, dove l'importanza gerarchica segue l'ordine dei nomi. Tuttavia proprio la sacralità del rito religioso e l'importanza attribuita al coinvolgimento dei credenti, facendo nascere il concetto di anima, produce il rovesciamento dell'ordine ed una progressiva perdita d'importanza del sacro, dalla morte nicciana di Dio, fino alla completa desacralizzazione odierna⁵⁴.

Le fiabe sono una delle prime precauzioni prese dall'uomo per dissipare l'incubo mitico, perché i personaggi della fiaba mettono in scacco le violenze della natura e ne fanno una loro complice (Walter Benjamin).

Periodo svedese

La formulazione della teoria della relatività generale e soprattutto della teoria dei quanti⁵⁵ porta ad una revisione dei concetti di sostanza e funzione, e richiede nuovi strumenti interpretativi, così come operato da Pierre Simon de Laplace, con l'introduzione del concetto di probabilità, accanto alla meccanica analitica deterministica di Joseph Louis Lagrange. Questi nuovi concetti costruiscono una prima forma di giudizio, con il passaggio dal mondo sensibile (qui ed ora) a quello fisico, poi una seconda forma, con la formulazione degli enunciati di legge, infine una terza, con la costruzione degli enunciati di principio.

In questo modo, avviene la comprensione dei dati osservati, con il passaggio da valori numerici di misura ad enunciati di legge. Il concetto di gruppo kleiniano di trasformazione spiega il passaggio da descrizioni topografico/prospettiche a rappresentazioni cartografico/geometriche. Dopodiché la teoria dell'induzione, già

⁵² Esempi storici notevoli sono offerti dal passaggio dai numeri sacri al numero dell'aritmetica/geometria, dall'astrologia allo spazio cosmico, dall'alchimia alla chimica, dai mirabilia della natura alla medicina ed alle scienze naturali.

⁵³ A riguardo, occorre notare come tutta la storia delle religioni sia ben popolata da dei in terra, sotto forma di uomini od animali.

⁵⁴ L'acquisizione del valore proprio della coscienza del soggetto senziente e pensante è dimostrata anche dalla fondazione e dallo sviluppo della psicologia freudiana.

⁵⁵ Un precedente notevole è la scoperta ottocentesca dei fenomeni irreversibili della termodinamica.

adottata da John Stuart Mill e basata sul principio dell'uniformità della natura (confermato dal concetto *gestaltico* d'invarianza), spiega il successivo passaggio agli enunciati di principio, superando la sintesi dei risultati e definendo le leggi, valide per interi campi della fisica, sotto forma di equazioni ⁵⁶.

Parallelamente Cassirer, con l'analisi del divenire delle opere, della forma e degli atti, prende in considerazione la filosofia e le scienze della cultura, sviluppatasi con l'umanesimo romantico, a partire da Gotthold Ephraim Lessing, Herder, Goethe ed Humboldt, sulla base della lezione filosofica ed etica di Spinoza. Per completezza, occorre segnalare come il periodo svedese sia preceduto e seguito da due altri periodi, rispettivamente detti oxoniano ed americano. In questi due periodi, l'attività dello studioso è altrettanto feconda, ma gli argomenti trattati esulano dagli scopi del presente lavoro ⁵⁷.

... sulla pietra dei segni sembrano secondo un ordine regolare ... caratteri scritti ... raccontano una storia completamente diversa ... in un mondo non più soltanto fisico, ma anche umano: non un mero mondo di cose, ma un mondo di simboli ... i segni fisici sono diventati portatori di significato (a cura di Verene, Cassirer postumo, Simbolo, mito e cultura).

I Principia di Russell ⁵⁸

La filosofia empirista inglese, dopo i suoi albori con Bacone e Thomas Hobbes, ed il suo sviluppo con Locke, Berkeley e Hume, coniugandosi con l'utilitarismo di Jeremy Bentham, giunge ad un punto di sintesi con Stuart Mill. Dopodiché anche in Gran Bretagna prevalgono correnti idealiste cui aderisce il giovane Bertrand Arthur William Russell, fino alla rilettura della filosofia di Leibniz che demistificato (cioè liberato dal misticismo della Teodicea e della Monadologia) è un logico ed un matematico, ed all'incontro importantissimo con Giuseppe Peano.

Dalla lettura delle opere del primo deriva il superamento delle sole proposizioni: soggetto – predicato, a vantaggio di sistemi aperti, più generali, mentre dopo l'incontro con il secondo decide di poter procedere alla fondazione logica della matematica, a partire dalla fondazione dell'aritmetica. A questo scopo, da tempo lavora anche Freidrich Ludwig Gottlob Frege, spinto da estensioni della matematica (a spazi n-dimensionali, ai problemi di limite, convergenza e continuità, ed alla definizione degli infiniti), ad opera di Karl Weierstrass, Leopold Kronecker, Julius Wilhelm Richard Dedekind e Georg Cantor.

Tuttavia l'opera di Frege, dando per derivato dal senso comune la definizione d'insieme, cade in alcune antinomie, ad esempio, a che classe appartenga l'insieme di tutte le classi che non contengono il loro totale. Una prima costruzione logica dell'aritmetica e, in particolare di numero naturale, è proposta nei *Principles*, sostituendo alla definizione di zero ed ai concetti di numero e successore di Peano, i quattro simboli logici: e, o, non, se ... allora, nonché i due qualificatori: per ogni, esiste (ovvero: per qualche) di George Boole, ed inoltre il concetto di classe vuota ⁵⁹.

In questo modo, dalla comparazione tra identità di classe, possono essere definiti i numeri naturali, da essi, l'aritmetica e poi, da questa, tutta la matematica. Sarà invece compito di Kurt Gödel dimostrare l'indecidibilità di alcune proposizioni matematiche e poi del cosiddetto secondo Wittgenstein (delle Ricerche filosofiche, successivo al cosiddetto primo Wittgenstein del Trattato logico/filosofico) definire le relazioni della

⁵⁶ Un esempio è dato dal principio di minimo effetto di Helmholtz e Max Planck.

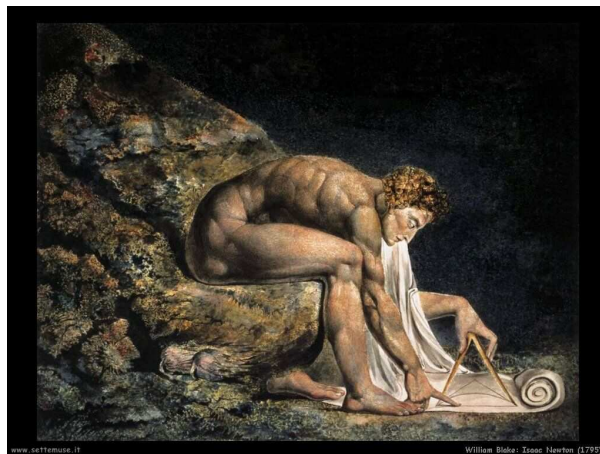
⁵⁷ Il lascito cassiriano è strettamente legato al periodo americano ed all'incontro della sua filosofia con il pragmatismo americano. In esso, oltre a riprendere polemica politica antinazista, unita alla denuncia della debolezza politica della Repubblica di Weimar, mostra un avvicinamento alle tesi della scuola sociologica di Francoforte e dello strutturalismo francese, prendendo in considerazione insieme i metodi di studio della biologia, della linguistica e della semiotica.

⁵⁸ Liberamente tratto e riassunto da: Introduzione a Russell, di Michele Di Francesco (Edizioni Laterza, Barim 2003).

⁵⁹ A riguardo, è opportuno rilevare l'eccezionale grandezza di questa ed altre opere successive, pur nell'inconsistenza di superclassi e superconcetti, come rilevato da Ludwig Wittgenstein e, più tardi, dal semiologo Umberto Eco.

matematica, come un insieme variamente dipendente, in conformità ai suoi usi concreti. All'approfondimento del dibattito sono interessati i positivisti logici del Circolo di Vienna.

Una costruzione logica dell'aritmetica e del linguaggio, successiva e più ampia, è presentata nei Principia, scritti insieme a Alfred North Whitehead, dove si supera la sopraccitata autonomia ed altri circoli viziosi, con la definizione dei tipi e della loro gerarchia, ciascuno dei quali interpreta i sottostanti, ma non può contenere i soprastanti. Questo modo di argomentare è sostenuto e generalizzato in On Denoting dello stesso autore, dove è presentata una teoria delle preposizioni, del riferimento e del significato. A questo fecondo dibattito partecipano anche altri logici inglesi ⁶⁰.



William Blake, Newton (Tate Gallery, Londra)

⁶⁰ Un'osservazione curiosa mette in evidenza la coincidenza delle cardinalità tra le simmetrie lineari, piane e spaziali (con la restrizione cristallografica), e le definizioni logiche ed aritmetiche dei numeri naturali e degli insiemi, le operazioni con i numeri razionali e le funzioni dei numeri reali, immaginari e complessi coniugati. In ogni caso, occorre ribadire che ogni classificazione è sempre arbitraria e non esiste in alcun modo, servendo solo a ridurre la complessità dei casi (d'altra parte, neppure lo spazio ed il tempo sono unici ed assoluti).

	<u>Peano – Russell</u>	<u>Boole – Russell</u>	
1	zero	classe nulla (insieme vuoto)	
2	numero intero	unione (e)	per i soli numeri: interi
3	successore	intersezione (o)	
4	addizione	negazione (non)	
5	sottrazione	per ogni	
6	moltiplicazione	esiste (per qualche)	
7	uguaglianza	confronto fra insiemi	
8	approssimazione (uguale circa)		per i numeri: razionali
9	minorazione o maggiorazione		
10	diversità		
11	uno (elemento neutro del gruppo moltiplicativo)		
12	moltiplicazione per quantità identiche		
13	moltiplicazione per quantità diverse		
14	divisione di ripartizione		
15	divisione di contenenza con quantità uguali		
16	divisione con quantità diverse		
17	elevamento a potenza		
18	radice dispari e pari (per i soli numeri positivi)		per i numeri: reali
19	unità immaginaria		immaginari
20	radice pari (per i numeri negativi)		complessi coniugati
21	pi greco		
22	seno		
23	coseno		
24	tangente		
25	arco seno		
26	arco coseno		
27	arco tangente		
28	numero e		
29	esponenziale		
30	logaritmo		
31	fattoriale		
32	funzione gamma		

Il rigore dell'empirismo scettico di Hume e la praticità del positivismo scienziato di Stuart Mill è mantenuto nella fondazione della conoscenza empirica. A tale scopo, sono fissati alcuni principi operativi autoevidenti, come i giudizi di percezione (derivati da una sensazione immediata), il principio di non contraddizione (ma, in generale, non il principio del terzo escluso), il principio d'induzione (pur nella difficoltà di risalire dal particolare al generale), la teoria delle relazioni multiple (governate da funzioni di distribuzione di probabilità, in presenza di simboli incompleti, fonti d'errore) ed un principio etico⁶¹.

Una filosofia che debba avere un qualsiasi valore dovrebbe essere costruita su una base di conoscenza ampia, ferma e non specifica (Bertrand Russell, *Philosophical Development*).

Il Trattato e le Ricerche di Wittgenstein⁶²

Il problema della continuità delle funzioni, sollevato da Riemann e Weierstrass, lega l'analisi matematica all'aritmetica, dove le operazioni inverse (sottrazione, divisione ed estrazioni di radici) estendono la classe dei numeri naturali, con i numeri negativi, razionali ed irrazionali, nonché immaginari e complessi coniugati, come messo in evidenza da Kronecker, Dedekind e Cantor. D'altra parte, lo statuto dei numeri naturali, prescindendo dai formalismi (con retaggi idealisti) di Peano e David Hilbert, trova limiti evidenti tanto nella teoria ingenua degli insiemi e delle classi di Frege, quanto nei principi matematici di Russell.

Infatti cause precise si trovano proprio nelle inevitabili contraddizioni logiche, derivate dalla circolarità dell'autoriferimento fondativo. Pertanto superando la teoria dei tipi di Russell ed introducendo alcune restrizioni logiche, dette tautologie, la matematica e, in generale, le scienze sono sottratte alla metafisica della filosofia che non può confermarle, né smentirle. Allora la matematica e le scienze devono rispondere solo alle regole della loro grammatica (dette funzioni di verità, incondizionatamente vere), composta da una sintassi ed una semantica, legata al contesto. A riguardo, un esempio è dato dalla disgiunzione fra l'infinito dei numeri naturali e l'infinito, non necessario, delle cose.

Estendendo la problematica all'analisi del linguaggio, una proposizione elementare raffigura un fatto elementare ed è vera, se sussiste lo stato di cose raffigurato (in particolare, se sussistono le medesime proprietà formali), in caso contrario, falsa. La geometria proiettiva ed i modelli dinamici di Hertz costituiscono gli esempi base, per la suddetta concordanza formale. In ogni caso, la realtà è assunta tale, in conformità alla teoria dell'atomismo logico di Russell ed al principio di completezza di Frege. Dopo la prima guerra mondiale, Wittgenstein insegna in una scuola elementare della Bassa Austria.

Dopodiché lo stesso fa il giardiniere in un convento e progetta la casa di una sua sorella (del resto, è anche un ingegnere, seppure strano, a detta di Russell). In questi contesti, matura la revisione di alcune tesi del Trattato, prendendo contatti con esponenti del Circolo di Vienna (cui comunque non appartiene) e, in particolare, con il suo fondatore Moritz Schlick. Grazie al contributo di alcuni giovani filosofi inglesi che tentano, con discreto successo, una mediazione tra le tesi del Trattato e quelle dei Principia di Russell e Whitehead, si avvicina al pragmatismo americano.

⁶¹ Questo principio etico, seppure ampiamente discutibile, sottolinea la necessità di perseguire comunque il bene. Pertanto un'etica normativa, simile all'amore intellettuale di Spinoza ed all'imperativo categorico di Kant, invita alla tolleranza ed alla ragione, alla discussione critica ed al rifiuto di dogmi, all'esaltazione della libertà (contro il principio d'autorità) ed al rispetto della dignità umana, avendo come obiettivo la conquista della felicità, in una società giusta, perché libera, e libera, perché giusta. Dopodiché il metro di giudizio è una costruzione, sottoposta a falsificazione, piuttosto che un'inferenza, conseguente a verifiche ripetute. Allora i postulati dell'inferenza scientifica, sostenuti dalla probabilità e dall'induzione (perché tutta la conoscenza umana, compresa la logica e la matematica, è sempre incerta, inesatta e parziale), sono la quasi-permanenza, le linee casuali separabili, la continuità spazio-temporale, l'origine casuale di strutture simili (intorno ad un centro) e l'analogia. Atomismo logico è detta la concezione scientifica che postula un'estrema vicinanza tra rappresentazioni e realtà (esposta in due altri lavori: *Analisi della mente* ed *Analisi della materia*).

Così dalla conoscenza di Charles Sanders Peirce, William James e John Dewey, e dall'accettazione del principio (empirico) d'induzione, scaturisce l'abbandono dell'analisi astratta di un linguaggio perfetto, per lo studio dei linguaggi concreti, comunemente parlati, dove si riconosce l'impossibilità di prevedere tutte le forme, assunte dalle proposizioni elementari. Allora anche la matematica un insieme di tecniche, variamente imparentate tra loro, e non un corpo unitario, derivato da alcune proposizioni primitive della logica. Pertanto essa non è un ragionamento filosofico, ma semplicemente la sua propria applicazione⁶³.

Gli assiomi della geometria hanno il carattere di stipulazioni sul linguaggio, nel quale vogliamo descrivere gli oggetti spaziali. Essi sono regole della sintassi. Le regole della sintassi trattano del nulla. Siamo noi a stabilirne. ... Abbiamo un metodo per stabilire la contraddizione? Se la risposta è negativa, allora non esiste affatto alcuna questione. ... La situazione è sorprendente, si cerca qualcosa e non si sa che cosa propriamente si cerca. ... Infatti non si può cercare all'infinito (Wittgenstein ed il Circolo di Vienne: trascrizione di Waismann dei colloqui avvenuti tra lui, Wittgenstein e Schlick, tra il 1929 ed il 1932).

Anche il linguaggio non è un'attività controllata da regole rigide, ma dipende solo da norme con una notevole soglia d'indeterminatezza. Pertanto compito di nuove norme è restringerlo, almeno in parte, quando richiesto dalle procedure d'uso, oppure se una nuova classificazione si rende necessaria. Allora una norma non è mai esaustiva e nessuna logica fonda una scala di procedure astratte, per la gestione del linguaggio stesso. Infatti solo i fatti concreti della vita umana associata fanno sì che gli uomini costruiscano un modello operativo, in conformità a norme che sono altri dati, a loro disposizione.

Di conseguenza, il significato di un'espressione è funzione della sua effettiva modalità d'uso, all'interno di contesti d'istituzioni e forme di vita (quali abitudini, atteggiamenti e comportamenti), e proprio da qui, discende l'impossibilità di stabilire, a priori, le motivazioni del suo impiego. In questo caso, immagini e rappresentazioni non determinano i significati delle espressioni usate. Invece essi sono i paradigmi del linguaggio, per svolgere, con le parole impiegate, il compito arduo della comunicazione, parlata e/o scritta. Infatti il linguaggio stesso deve essere collocato nella più generale area della comunicazione, in relazione con le varie attività umane.

Per completezza, si riassumono schematicamente le principali tesi del Trattato e delle Ricerche.

Tesi del Trattato⁶⁴

- Ogni proposizione ha senso se elementare o complessa, ma intesa come combinazione di elementi.
- Una proposizione è un'immagine della realtà.
- Una proposizione elementare e la sua immagine connettono segni primitivi, detti nomi.
- I segni semplici sono possibili, perché determinano il senso.
- Il senso di una proposizione dipende dalla sostanza del mondo, oltre che da altre proposizioni vere.

⁶² Liberamente tratto e riassunto da: Introduzione a Wittgenstein, di Aldo G. Gargani (Edizioni Laterza, Bari, 2007) e da: Guida alla lettura delle Ricerche filosofiche di Wittgenstein, di Alberto Voltolini (Edizioni Laterza, Bari, 2006).

⁶³ A tal fine, occorre liberare la matematica dal formalismo di Frege (e, in subordine, di Russell e Whitehead) e della meta-matematica di Hilbert, operando solo a partire dall'aritmetica e dalla geometria, in quanto, come già detto in precedenza, un superordine di superconcetti non esiste (seppure anche i concetti possano essere strutturati in classi e disposti su vari livelli).

⁶⁴ Il Trattato è l'unica opera pubblicata direttamente dall'autore, mentre le Ricerche ed altre sue opere sono pubblicate postume. Pertanto una lettura radicale contrappone le Ricerche al Trattato, sottolineando un cambio completo di prospettiva. Invece una lettura moderata, qui accolta, rifiuta la giustapposizione ed è propensa ad intendere le Ricerche come un'estensione/riflessione critica del precedente Trattato. A sostegno di questa tesi, si può citare un appunto negli scritti preparatori al Trattato che potrebbe sembrare preso dalla seconda parte delle Ricerche, dove l'autore tratta del vedere come.

Pare che necessaria non sia l'identità logica di segno e designato, ma solo una relazione interna, logica, tra segno e designato. ... Ciò che è logico del designato è solo completamente determinato da ciò che è logico del segno e del modo di designazione.

- Esiste una forma generale per le proposizioni elementari.
- Esiste comunanza tra realtà, immagini e proposizioni.

Tesi introduttive delle Ricerche

- Il linguaggio, imperniato sulle nozioni della grammatica, è un gioco linguistico ed una forma di vita.
- Il gioco è un atteggiamento già pre-linguistico.
- Giuoco linguistico è un termine di paragone sulle somiglianze e dissomiglianze del linguaggio stesso.
- L'uso descrittivo del linguaggio è sempre collegato alle immagini.
- Altri usi sono quelli enunciativo (non descrittivo), narrativo, ordinativo, interrogativo, ipotetico, ecc.
- La realtà effettiva non ha sussistenza assoluta, ma è legata a scopi ed interessi contingenti.
- La comprensione non è necessariamente completa ed immediata, e può lasciare residui.
- Le condizioni di verità sono solo condizioni di soddisfazione.

La grammatica della comprensione

- Contro il materialismo semantico, la comprensione dei significati è immediata e legata alla funzione svolta, non esistendo alcun metodo di proiezione che unisca un prima intrinseco ed un dopo estrinseco.
- Contro il mentalismo psicologico, anche un pensiero astratto, cioè slegato dall'esperienza (ad esempio, alcune espressioni matematiche, leggere una lingua non conosciuta), non pre-esiste a se stesso.
- Le parole: comprendere, interpretare, sapere, padroneggiare, potere, essere in grado di provvedere ed essere in grado di disporre, costituiscono un insieme, ben collegato, di azioni effettive.
- Nessuna azione effettiva costituisce tuttavia una condizione necessaria e/o sufficiente, per comprendere che rimane così qualcosa di comunque parziale, anche per la presenza di errori grossolani.

Seguire la regola

- Seguire la regola, non esclude l'alternativa di contravvenire ad essa.
- In generale, più regole sono legate a varie applicazioni, conformemente ai paradigmi di correttezza.
- Il criterio di sensatezza dei risultati ottenuti è interno alla regola stessa ed alla sua funzionalità.
- Prima che sia compiuta un'applicazione, non ha senso domandarsi, se una regola sia corretta o meno.
- Se non esistono applicazioni, allora non esistono regole.
- La comprensione coincide con la determinazione/ fissazione di un significato ed avviene operando in modo tale da seguire una regola, conforme a certe norme.
- Altre norme, altrettanto possibili, danno vita ad altre regole, con un altro significato, producendo così un'altra comprensione.
- In generale, una regola non si può confermare, né contraddire, ma solo sostituire, interpretandola in modo diverso, con un'altra regola.

Linguaggio e regole privato/e

- Non esistono, essenzialmente e necessariamente, alcun linguaggio privato e regole private (ad eccezione di qualcosa di accidentale e contingente).

- ❑ Linguaggio e regole hanno bisogno di una comunità umana o quantomeno di modalità intersoggettive, dette forme di vita, essendo insensate/inutili fuori da una prospettiva comunitaria.
- ❑ L'auspicio che unica sia la comunità umana è forte e pressante, perché il suo frazionamento conduce a riconoscere l'esistenza di razze di uomini e tutto quanto di negativo che ne consegue.
- ❑ L'applicazione di una regola non è frutto di un qualche compromesso condiviso, ma il riconoscimento di tutti nel considerare spontaneamente corretta un'applicazione (cioè una forma di vita) e non un'altra.

Vedere come ⁶⁵

- ❑ Vedere come è un processo interno d'ordine ⁶⁶, intermedio tra vedere e pensare.
- ❑ Vedere come è istantaneo e distinto dall'interpretare che può essere falso, anche con continuità.
- ❑ Vedere come è percepire ed apprendere relazioni, tra oggetti, in base a somiglianze vere o presunte.
- ❑ Esiste un'analogia tra vedere come e seguire una regola, come pure comprendere una melodia.

Mapa concettuale della comprensione e di altri stati psicologici

Eventi	stati (non durativi)	istantanei (pensare)	
		permanenti (capacità)	disposizioni (parlare)
			abilità (comprendere)
	processi (durativi)	psichici (intenzionali)	
		subpsichici (inconsci)	

Problemi legati all'incertezza ed all'incompletezza ⁶⁷

L'incertezza globale porta al radicalismo radicale ed alla intraducibilità, mentre un'incertezza locale è in equilibrio provvisorio con una certezza parziale, garantisce la comunicazione ⁶⁸, al più, tollerando un radicalismo relativo. Infatti la condivisione di un vasto numero di significati, concetti e credenze ha lo scopo di rendere gli eventuali disaccordi significativi ed un asserto è vero o falso (ovvero questo asserto è decidibile), se si trovano giustificazioni o smentite, in una sequenza temporale finita. Pertanto non si può mai trascendere da quanto permesso dalle istituzioni sociali dove l'asserto è impiegato; del resto, John von Neumann afferma che anche la matematica non si comprende, ma ad essa ci si abitua. Verità e solidarietà sono compagne.

⁶⁵ Il tema: vedere come, è sviluppato nella seconda parte delle Ricerche e, come già detto in precedenza, collega le stesse a lavori preparatori del Trattato, favorendone così una lettura moderata, contro una completa opposizione radicale tra le due opere.

⁶⁶ Questo processo interno d'ordine è percettivo e concettuale, ma non empirico.

⁶⁷ Liberamente tratto e riassunto (e brevemente commentato) da: Dell'incertezza, di Salvatore Veca (Saggi Feltrinelli, Milano, 2006).

⁶⁸ Il linguaggio è importante, per animali: agenti/pazienti e pensanti/parlanti (dove gli ultimi termini non possono essere separati), ma non è tutto. Infatti riprendendo un pensiero delle Ricerche filosofiche di Ludwig Wittgenstein, il discorso acquisisce senso dal resto delle azioni, ovvero dall'uso e, andando oltre quanto affermato dalle Ricerche, dall'interesse che muove all'uso. Proprio l'uso e l'interesse immergono pienamente il linguaggio nelle varie circostanze dell'avventura umana; pertanto incertezza ed importanza si tengono insieme e sono due elementi caratteristici della comunità umana. Condizione necessaria e sufficiente, per dominare l'incertezza, è collegare indissolubilmente verità e significati: non dominare l'incertezza porta al collasso sociale ed alla catastrofe della solitudine involontaria. Una rete di credenze di sfondo, liberamente concordate e condivise, è indispensabile per l'interpretazione del linguaggio (e di tutto ciò che linguaggio non è) ed il funzionamento della vita associata. Infatti come detto in Verità e interpretazione di Donald Davidson, nessuno è padrone di nessuna cosa, per quanto consistenza sia in lui o per mezzo di lui, finché delle sue doti non faccia partecipi gli altri. Pertanto la comprensione dei discorsi altrui è bloccata, se si attribuisce a questi quello che personalmente si considera errato. Allora il solipsismo è assurdo e la vita associata una triangolazione tra un parlante, un uditore ed il mondo, composto da altri potenziali od attivi parlanti ed uditori. Di conseguenza, data convenzionalmente per certa l'esistenza di un mondo esterno, renderlo condiviso dall'umanità significa: nominarlo, classificarlo, ordinarlo, compararlo e misurarlo. E' una risoluzione della complessità, ma anche il riconoscimento umile (dove essere umili non ha nulla a che fare con essere umiliato), mite ed ironico dei limiti umani. In questo contesto, i segni non si riferiscono a nulla e la fissazione del loro significato è un fatto sociale e politico. D'altra parte, caratteristica distintiva fra l'intelligenza umana e la conoscenza meccanica è proprio la capacità/possibilità di entrare ed uscire dal linguaggio, procedendo con atti ed espressioni non linguistiche.

- ❑ la verità è il segnaposto per condividere la realtà con gli altri;
- ❑ la solidarietà è il promemoria della compagnia con gli altri e della conversazione con essi,

e sono esplicitate da una comunità di condivisione e da stabili e duraturi mutui riconoscimenti ⁶⁹. Inoltre l'identità è necessaria, in presenza d'incertezza od in situazioni di conflitto (entrambe pressoché inevitabili, nella normale vita quotidiana), cosicché sia possibile:

- ❑ il riconoscimento identitario;
- ❑ il riconoscimento d'interessi o distributivo;
- ❑ il riconoscimento ideologico o religioso ⁷⁰.

In questo contesto, l'attività filosofica svolge solo compiti di pacificazione e comprensione (senza pretese ideologiche e/o totalitarie). Infatti fare filosofia è anche occuparsi di libertà da ... e libertà di (secondo la distinzione di Isaiah Berlin ⁷¹):

- ❑ La prima è una libertà negativa, chiede assenza di ostacoli, origina dalla Riforma (che parte dalla libera interpretazione per arrivare, attraverso l'autonomia della coscienza, fino al primato della ragione), è alla base del liberalismo e tocca soprattutto la sfera privata.
- ❑ La seconda è una libertà positiva, elenca azioni possibili, origina dall'illuminismo (in particolare, dal pensiero di Jean-Jacques Rousseau), è alla base della democrazia e tocca soprattutto la sfera pubblica (tuttavia la libertà positiva è già la libertà di ... degli antichi che, posta alla base della loro democrazia, tocca solo la sfera pubblica).

Le libertà fondamentali toccano tutte le sfere della vita umana (ovvero la sfera economica, la sfera politica e la sfera religiosa). La tabella sottostante presenta alcuni esempi moderni che devono tuttavia essere visti in un continuum di realizzazioni:

⁶⁹ Con un criterio intersoggettivo, verificabile da esseri contingenti e finiti, prescindendo da auree romantiche di mistero e senza regressi all'infinito, la verità può essere accolta, andando oltre semplici corrispondenze. Allora utilizzando principi d'equivalenza e mettendo in relazione la verità stessa e le credenze proprie ed altrui, la verità deve accettare la sua parzialità ed incompletezza, in base ad una concezione minimalista, estesa al confronto ricorsivo con gli altri ed il mondo. Infatti esiste una connessione tra intersoggettività e verità. Da qui, discende anche la connessione tra verità e giustizia (per contro, verità e giustizia sono connesse anche alla bellezza, come nella terza critica kantiana, ovvero nella Critica del giudizio.), intesa come una moralità minima (già proposta da David Hume), andando dall'io all'altro/i, sorretti dall'altruismo. Charles Sanders Peirce e, in modo meno lineare, Ludwig Wittgenstein trasformano, nell'impegno pragmatico possibile, l'imperativo categorico kantiano, ovvero i dettami della Critica della ragion pratica. Un punto d'arrivo, ad esempio, è provare compassione, perché immedesimati (e non viceversa), con sentimenti innescati dal caso, mossi dall'amore e sostenuti dalla logica) che vanno da molto vicino a lontanissimo. Un'altra meta è considerare il progresso (valutato con indici plurali), inteso come costruito e non come dato, come la capacità di evitare, o quantomeno minimizzare, ogni tipo di sofferenza evitabile, essendo libertari con il bene ed intransigenti con il male.

⁷⁰ Il secondo riconoscimento può trasformarsi nel primo o nel terzo ed il terzo nel primo o nel secondo, ma il primo riconoscimento non ammette alcun cambiamento.

⁷¹ La libertà antica può essere ricondotta alla vicinanza in sanscrito (e poi in gotico) tra libero ed amico, definendo una comunità interna, dove si è liberi e protetti, ed un frontiera all'esterno della quale stanno i nemici (che sono schiavi, cioè cose). Il cristianesimo (ma prima l'ebraismo ed i miti orfici) separano libertà temporali e spirituali che tendono ricomporsi, dopo Costantino e certamente dopo Teodosio (e nella filosofia politica di Agostino d'Ippona). Forse per pudicizia, gli schiavi diventano servi della gleba; comunque il conflitto temporale – spirituale di fronte esplose, di nuovo, con la riforma gregoriana, di fronte alla rinascita delle istituzioni civili (seppure all'interno del feudalesimo) e, nella lotta per le investiture. La Riforma è un movimento interno alla chiesa, come i moti ereticali, tardo antichi e medioevali, ed intende riaffermare le libertà spirituali. Tuttavia essa dà vita, soprattutto in ambito calvinista ed anglicano (avendo questo ultimo assunto alcuni aspetti teologici del calvinismo), ad un risveglio della coscienza civile, con la conquista della libertà da ..., principalmente dall'autorità papale e dal magistero della chiesa. Questa spinta prosegue fino al formarsi del pensiero giuridico, noto come giusnaturalismo, ed allo sviluppo di un nuovo e vasto movimento filosofico, ovvero con l'illuminismo, dove l'affermazione della libertà di ... riguarda, in primis, i principi della democrazia. Su diversi versanti, spunti simili si trovano, (sul versante dei fatti delle società civili e delle istituzioni politiche) già nelle repubbliche marinare e nei liberi comuni (seppure all'interno di corporazioni chiuse), come pure nella guerra cinquecentesca dei contadini tedeschi e nelle lotte per il pane seicentesche italiane), oppure nell'umanesimo e nel primo rinascimento (sul versante dello sviluppo del pensiero e della cultura), ma si spengono, forse per la debolezza della società politica ed economica d'allora. Due eccezioni notevoli sono date dai liberi cantoni elvetici e dalle province unite olandesi.

<u>Libertà:</u> (positiva)	sì	no
(negativa)		
sì	società aperta ed opulenta	cosiddetto socialismo reale
no	turbocapitalismo	dittatura miserabile

dove la stessa tabella può essere riprodotta per i pregi ed i difetti delle varie società aperte ed opulente. La/e libertà è/sono caratterizzata/e da una triade costituita, dove il passaggio dalla libertà singolare alle libertà plurali è il passaggio dall'astratto al concreto:

- dagli agenti, quali esseri liberi;
- dalle restrizioni/limitazioni, imputabili ad altri agenti;
- da cosa sono liberi e da cosa sono liberi di fare o non fare.

Il confronto fra libertà e giustizia e, in questo contesto, la giustizia è intesa come equità, ovvero come uguaglianza distributiva, riconosce che la pluralità dei valori non è ordinabile. D'altra parte, proprio questo dilemma porta a riflettere sull'uguaglianza o meno. Pertanto:

- la soluzione utilitaristica massimizza la libertà e pochi altri valori (di una élite), per massimizzare il benessere di questa (addirittura la soluzione libertaria fa della libertà/benessere un postulato ideologico, giocoforza disatteso per i più);
- la soluzione contrattualistica accetta qualche limitazione della libertà (soprattutto quelle delle élite), per massimizzare l'equità e potenzialmente il benessere di tutti (mentre nel cosiddetto socialismo reale, tutte le libertà sono soppresse, in nome di una decantata uguaglianza, spesso del tutto falsa, in verità).

Un altro requisito indispensabile e fondamentale è la tolleranza, perché questa è un valore pubblico, come dice Voltaire (pseudonimo di François-Marie Arouet, vero alfiere della tolleranza e, con sottile ironia, forte oppositore di inutili ed inconsistenti questioni ultime) che ci siamo sterminati per dei paragrafi ⁷².

- Praticare la tolleranza è un *modus vivendi* o quantomeno un atteggiamento prudenziale che richiede inclusione e non esclusione o secessione (come invece praticato da tutti gli imperialismi ed i nazionalismi, come pure da tutti i populismi ed i localismi).
- Tolleranza significa rispetto, perché si fonda su un assunto epistemologico, come affermato chiaramente da Karl Raimund Popper in base al quale può darsi che io abbia torto e tu abbia ragione (essendo ogni verità provvisoria e revocabile).
- Una scelta morale sostiene la tolleranza, perché tutela insieme uguaglianza e differenze, anche ai livelli minimi del meticcio odierno quotidiano, immersi nell'ondeggiare dell'incertezza delle domande, sapendone accettare i rischi ed essendo tutti quanti un po' meticci.

⁷² Le definizioni politiche non sono indipendenti dagli interessi e dagli scopi di chi le usa. Invece la storia insegna che liberalismo e democrazia devono coniugarsi in una tensione eraclea, ovvero senza fine. Pertanto un giusto equilibrio, per quanto precario, provvisorio ed instabile, richiede opzioni possibili e legature certe che, se prevalenti, sopprimono la libertà e, se inconsistenti, portano al collasso sociale. Uno strumento principe liberale è il costituzionalismo che definisce le persone libere ed uguali, nelle loro opportunità, sa riconoscere sfere separate, sottrae qualcosa alle scelte democratiche e fissa i termini del processo politico. Per contro, è proprio la democrazia che deve applicare il costituzionalismo a se stessa, in situazioni incerte, politicamente e socialmente, ad esempio, richiedendo unanimità parziali (dove una possibile attuazione è la richiesta di larghe maggioranze qualificate.). Precisi vincoli costituzionali cooperativi servono a porre limiti alla competizione politica e, in particolare, provvedono alla costruzione di una giustizia (largamente condivisa, se non accettata all'unanimità), alla tutela delle minoranze ed a risolvere il problema della scarsa qualità dell'offerta politica. Allora pur nelle sue contraddizioni, dovute alla pretesa di condividere tutto, una concezione comunitaria, per comune lealtà sociale, antepone l'identità costituzionale agli interessi utilitaristici, riconoscendo la portata dell'incertezza politica.

La tabella sottostante presenta l'apporto/impatto di ragione ed emozioni di fronte a due importanti dilemmi, nelle realtà in piccolo (delle società e dei rapporti sociali), misurando i dilemmi nella dialettica tra le coppie vero/falso e certo/incerto ⁷³:

<u>Dilemmi</u>	certo	incerto
vero	olismo	riduzione scientifica
falso	scetticismo	relativismo radicale

Del resto, una soluzione incrociata, formalmente identica, è presente anche nella tabella sottostante ⁷⁴, per le società aperte ed opulente, comparando il ruolo, maggiore o minore, giocato dalle libertà positive e negative, in queste società ⁷⁵.

<u>Libertà:</u>	(positive)	maggiore	minore
(negative)			
maggiore		società utopiche	socialdemocrazia
minore		liberalismo democratico	società gerarchiche ben ordinate

Essere al tempo stesso fedeli a noi stessi ed attenti agli altri (massima della saggezza confuciana).
Ciò che è costruito per sempre ⁷⁶, sarà sempre in costruzione ⁷⁷ (sentenza induista ⁷⁸).

⁷³ In questo caso, la soluzione alta olistica è utopica. Infatti una soluzione praticabile, oscilla fra riduzione scientifica e scetticismo, perché il vero (come il giusto, il buono ed il bello) è solo una conquista provvisoria, precaria ed instabile, nel mare magnum dell'incertezza. Invece è auspicabile che si sappia essere certi del falso: questa condizione implica la soluzione di un problema di affidabilità (per l'individuazione e localizzazione di dati anomali), in presenza di informazioni omogeneamente ridondanti ed adottando procedure robuste (per l'eliminazione dei dati anomali). In questo caso, la validazione dei dati e dei modelli è solo non parametrica, ma un mondo normale e lineare non è un mondo libero.

⁷⁴ Sotto il/la governo/regia dell'armonia e dell'amore, il primato dell'estetica sull'etica e, a sua volta, sulla giustizia e la verità, garantisce la libertà e mette un freno all'incertezza. A proposito d'incertezza, anche se la morte è un evento certo, il suo accadere è invece inaspettato e, come afferma Michel de Montaigne: siamo tutti principianti, quando ci avviciniamo. Pertanto la probabilità è una guida per tutto il vagabondare cui costringe la vita (personale ed associata) ed inoltre, come scrive Ludwig Wittgenstein, nei suoi Quaderni 1914-1916: la vita di conoscenza è la vita felice, nonostante le miserie del mondo. In generale, credenze assolute, indipendenti da altre credenze, non esistono, come non esiste l'occhio innocente, perché tutto si tiene ed è influenzato da altre cose. La risposta illuminista (ampliata poi da Charles Darwin, Karl Marx e Sigmund Freud) è scienziata; tuttavia è meglio affiancare ad essa una rete di relazioni, espansa avanti ed indietro, che la scienza classica tende ad ignorare. Una massima romantica vieta invece prospettive universali, riconosce la varietà ed il conflitto, e valorizza le differenze che fanno differenza (muovendosi, dal tardo '600, tra '700 ed '800, fino al primo '900, da Baruch Spinoza a Johann Gottfried Herder, ed poi da John Stuart Mill a Max Weber). Per contro, il radicalismo radicale (dove conduce l'exasperazione della massima romantica, oltre tutto, attraverso miti e riti, spesso con fini quantomeno equivoci) porta alla distruzione della convivenza civile e della stessa vita associata. Ovviamente non esiste una risposta completa che non sia preda della contingenza e dell'incertezza. Allora ancora una volta (di nuovo, facendo ben attenzione ad evitare fondate accuse di occidentalismo), una soluzione è saper bilanciare, in modo iterativo, le certezze della risposta illuminista ed i dubbi della massima romantica. Un esempio è costruire una teoria della giustizia, liberamente concordata e condivisa, a partire dalla coscienza dell'ingiustizia.

⁷⁵ Il mondo attuale è insieme globalizzato e percorso da innumerevoli frantumazioni locali. Pochi, ma importanti sono i punti di non ritorno, sicuri generatori dell'incertezza. La guerra permanente, includendo in essa anche i fondamentalismi ed il terrorismo, è una clamorosa smentita alle proposte kantiane della pace perpetua, oppure impone la ricerca di alternative praticabili, tra tutti i cittadini del mondo. Il divario, tra le democrazie delle società aperte ed opulente, ed i dispotismi comunque miserabili, aggrava il problema dell'impronta ecologica, genera ripetute gravi crisi economiche e determina condizioni per grandi e confuse migrazioni di popoli interi. Tuttavia esso è anche una sfida alla costruzione di una globalizzazione giusta che funzioni, nel rispetto confederato di ogni minoranza, grande o piccola, cui attribuire le dovute garanzie, perché siano persone libere e non schiavi di fatto, senza mai cadere nel tribalismo. Date poi una lista di diritti, libertà ed opportunità fondamentali, una lista collegata di priorità (rispetto a vane pretese universali) e misure per assicurare il godimento effettivo, per tutti, è possibile affiancare, alle democrazie liberali (evitando accuse fondate di egemonia occidentale), le società gerarchiche ben ordinate (di tipo asiatico), purché non espansionistiche, riconosciute legittime dai loro governati e garanti della non violazione dei diritti umani. Il passaggio dalle realtà in grande, della politica e delle istituzioni politiche, alle realtà in piccolo, delle società e dei rapporti sociali, pone nuove domande. A riguardo, occorre escludere che la domanda: cosa siamo, sia metafisica e, in quanto tale, una domanda ultima che giocoforza rimanda ad un'altra domanda metafisica: cosa crediamo di essere. Invece porre la domanda penultima, scientifica: cosa siamo (riconoscendoci un certo tipo di esseri nel mondo), serve per introdurre un'altra domanda penultima: quale futuro per noi. Per rispondere a questa (ultima) domanda, occorre porre anche una domanda penultima, politica: chi siamo (riconoscendoci appartenenti ad una qualche comunità di mutua fiducia). Proprio il legame tra le due domande penultime permette di rispondere alla terza (ed ultima) domanda penultima, in termini di qualità della vita. Da qui, formulato un punto di vista generale, oggettivo, per contro, si può constatare la rilevanza dei punti di vista personali, soggettivi. Allora per evitare il conflitto tra questi, occorre sforzarsi di costruire tutti insieme, seppure in condizioni d'incertezza, un punto di vista collettivo, intersoggettivo. In questo modo, una rete di relazioni ha bisogno di interazioni e reciprocità, così da rispondere ad un'altra domanda penultima: a cosa serve qualcosa (a riguardo, si osservi che il rigetto della metafisica significhi rigettare domande ultime, non andare oltre le cose fisiche).

⁷⁶ Il prosieguo del paragrafo è liberamente tratto e riassunto (e brevemente commentato) da: Dell'incompletezza, di Salvatore Veca (Campi del sapere Feltrinelli, Milano, 2011). Infatti una pretesa di completezza secondo la quale tutti i fatti sono solo interpretazioni è espressa dalla posizione scettica di Friedrich Nietzsche. Per contro, un'altra pretesa di completezza è presente nel riduzionismo, dove esistono solo fatti ed ogni interpretazione è fuori luogo. Essa è una degenerazione dell'operato tradizionale della riduzione scientifica

Una ricostruzione logica avviene, con tenacia ed impegno, solo per tentativi successivi, tenendo comunque conto che la giustificazione è sempre incompleta (e di questo occorre essere ben consci) ed usando i seguenti modelli la cui scelta dei modelli, a sua volta, è soggetta al giudizio della storia ⁷⁹:

- un modello scientifico, deduttivo, assiomatico;
- un modello naturalistico, ideale, come i mirabilia dell'antichità;
- un modello naturalistico, dinamico, sperimentale;
- un modello storico, necessario, teleologico;
- un modello storico, contingente, attento alla realtà effettuale;
- un modello giuridico, teologico/ideologico, a priori;
- un modello giuridico, concordatario/deliberativo, a posteriori.

Un esempio importantissimo, a conferma (seppure ristretto ad una sola persona e subito dopo bruscamente interrotto), è fornito dal negoziato e dall'accomodamento operato dal gesuita Matteo Ricci, alla fine del '500, di fronte alla cultura della Cina dei Ming. Infatti l'apertura e la buona ospitalità di questi porta lo stesso ad essere nominato Xitai, cioè il Maestro dell'estremo Occidente ⁸⁰. In questo contesto, Matteo Ricci pubblica, in cinese, il trattato Dell'amicizia, dove traduce la tradizione cristiana e la cultura occidentale, nella

che conduce ad uno svuotamento di valore. Infatti la scienza dà solo vincoli, per concepire e valutare alternative, mentre diventa scientismo, se intende procedere per comparti stagni, talvolta con qualche pretesa di troppo; d'altra parte, i confini delle mappe di credenze e conoscenze non sono stabili, ma si muovono variamente nel corso del tempo. Le risposte, dirette ed indirette, allo scetticismo (ed alla sua pretesa di completezza) sono rispettivamente quella razionalista di René Descartes (detto Cartesio) e quella empirista di David Hume. A riguardo, il limite del razionalismo è dato dall'a-temporalità, in quanto nulla è praticamente indubitabile, come pure il limite dell'empirismo è dato da una minore concretezza, legata al fatto di considerare, come un punto fisso, i dati sensibili, in generale, affetti da errori di misura e/o di modello. Infine una soluzione olistica, non idealista (dove la strada per evitare che questa soluzione ceda all'idealismo e diventi utopica è fornita da una sapiente miscela di razionalismo ed empirismo), è data dall'accettazione dell'incompletezza nell'interpretazione dei fatti, in accordo con le tesi espresse nelle Ricerche filosofiche di Ludwig Wittgenstein. In questa concezione, non tutto può essere messo in dubbio, perché proprio il dubbio diventa allora una certezza. Ovviamente non esistono punti fissi assoluti, ma solo punti fissi relativi e contingenti a partire quali operare, di volta in volta, come confermato dalle crisi di razionalità dei paradigmi delle scienze (per costruire nuove spiegazioni, a seguito di qualche falsificazione) e dalle crisi di legittimità della politica, delle lettere e delle arti. Tre esempi notevoli, fra scienze chiuse (nei loro paradigmi) e scienze aperte (al confronto con altre differenti, variegata realtà), sono dati rispettivamente dalla linguistica e la sociologia della comunicazione, dall'economia e la geografia economica, e dalla biologia e l'etologia/ecologia.

⁷⁷ L'ideale platonico è monista ed aspira alla completezza, purtroppo potendosi anche ben trasformare in un incubo. La distinzione di Niccolò Machiavelli, tra virtù cristiane e virtù politiche, la lezione di Gianbattista Vico sulla pluralità delle culture ed il riconoscimento di Johann Gottfried Herder sulla molteplicità dei centri di gravità, delle società umane, mettono in crisi il monismo. Infatti tutte queste nuove idee, riconoscendo l'incompletezza di ogni soluzione (sempre contingente e finita), aprono alla molteplicità, caratterizzata dalla geografia variabile dei confini di tutti (dalla propria cerchia, per varie cerchie diverse sempre più grandi, fino al mondo intero), a partire dal riconoscimento dei diversi stili di vita. Pertanto pluralismo, ben distinto dal radicalismo radicale, è pensare ad una grande varietà di valori, anche se oggi frantumati, con possibili conflitti e scontri, di fronte a differenti gerarchie e preferenze, ma con il vincolo fondamentale della mutua comprensione. Allora è necessario accettare l'inevitabile incompletezza, stabilire equilibri provvisori, minimizzare il rischio di confronti, tragici e/o drammatici, e comunque evitare punte estreme di sofferenza (perché incompletezza significa anche male, dolore e morte, verso i quali è vano chiedersi i perché). Un esempio notevole non è sognare un mondo e delle società giusto/e, ma piuttosto costruire un mondo e delle società meno ingiusto/e, costruendo connessioni, cioè ponti e non muri, tenendo inoltre conto che chi più ha di più deve rispondere. In questo contesto, ha senso ricordare il totale fallimento del costruttivismo politico, essendo moralmente inaccettabile pretendere di costruire una qualche società perfetta. L'elenco dei crolli, nel '900 ed in questo primo scorcio di terzo millennio, è eloquente. Esso parte dalla sconfitta del nazifascismo e, passando per il disfacimento dell'impero sovietico, arriva fino all'attuale crisi dei militarismi e delle teocrazie islamiche (anche se purtroppo, per questi/e ultimi/e, l'esito finale potrebbe ancora essere molto simile a quello patito nel '48, dell'800, dalle rivoluzioni liberali europee). Del resto, le stesse democrazie liberali non sono mai immuni da rischi oligarchici e populistici.

⁷⁸ La sentenza è citata dal filosofo e politico indiano Sarvepalli Radhakrishnan, vissuto dalla fine dell'800 agli anni '70 del '900.

⁷⁹ Da qui, discende l'uso circolare dei modelli naturalistico – dinamico e storico – contingente, rispettivamente sperimentale ed attento alla realtà effettuale. Il punto di partenza è nelle prime esperienze, con un'uscita giuridica, concordataria/deliberativa, a seguito di un certo consolidamento, per i risvolti amministrativi, tecnologici e legali. Il rigetto delle prospettive storiche necessarie/teleologiche e giuridiche teologiche/ideologiche è legato all'impossibilità di muoversi nel tempo e, in particolare, di conoscere il futuro, oltre i limiti delle possibili estrapolazioni (d'altra parte, un punto di vista generale non esiste proprio). In questo senso, si ha anche il rigetto dei mirabilia del creato. Allora le innovazioni sono figlie della tradizione, entro i limiti forti dell'incompletezza delle informazioni la cui incertezza tuttavia diminuisce, passando punto di vista personale ad uno plurale (infatti questo passaggio aumenta la ridondanza delle informazioni stesse). A riguardo, anche il confronto, talvolta difficile e problematico, tra diverse concezioni su verità, libertà, giustizia ed uguaglianza, nelle varie culture del mondo, anziché rifarsi ad astratti ideali intraducibili, richiede di concepire, costruire e mettere in atto concretamente accettabili accordi onorevoli di compromesso, all'interno di uno spazio sociale condiviso, anche minimo.

⁸⁰ I rapporti fra la Cina e l'Occidente sono antichi. Deboli contatti esistono già ai tempi dell'impero romano ed i viaggi medioevali dei Polo e, in particolare, la lunga permanenza di Marco Polo costituiscono un importante antecedente.

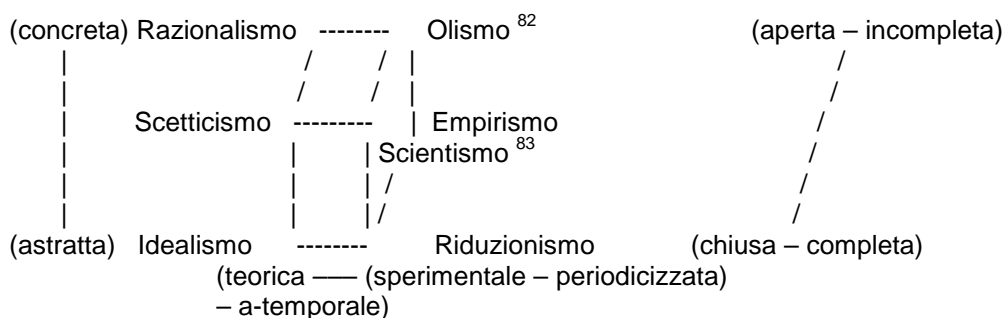
traduzione confuciana, completamente diversa (e, almeno parzialmente, in quella taoista e buddista) e nella, ben differente, grande cultura cinese ⁸¹. Infatti la prefazione al suo libro, scritta dal saggio cinese Feng Yingjing, riporta l'autorevole sentenza, nei confronti dello stesso Matteo Ricci.

Dopo aver fatto un difficile viaggio verso Oriente, è venuto in Cina per farsi degli amici.

Un primo commento mette in luce la grande trasversalità di questa esperienza e del suo riconoscimento. Un secondo commento conclusivo rileva che questa storia è ben diversa da molte altre storie occidentali, terribili, vergognose e tragiche, come:

- ❑ la conquista delle Americhe, durata fino alla frontiera americana, nel secondo ottocento;
- ❑ la colonizzazione del subcontinente indiano;
- ❑ la corsa coloniale in Africa, nel sud est asiatico ed in Oceania;
- ❑ l'integrazione forzata della Siberia (e dell'Alaska) alla Russia e dell'Algeria alla Francia;
- ❑ i protettorati inglese in Egitto ed anglo/francese nel Medio Oriente;
- ❑ la guerra dell'oppio in Cina;
- ❑ l'occupazione americana delle Hawaii ed il blocco navale americano in Giappone, alla fine dell'ottocento,

dove l'Occidente non è mai innocente (pur non essendo il solo colpevole di tanti misfatti), davanti a quasi tutti/e gli/le altri/e popoli/culture del mondo. La figura sottostante mostra aspetti e proprietà della conoscenza, disponendoli su un eptagono concavo.



Questa figura non piana è composta da lati, appartenenti a rette, in parte sghembe tra loro ⁸⁴. Incompletezza è un'idea, ma anche due teoremi della matematica, enunciati e dimostrati da Kurt Gödel ⁸⁵ che hanno un antefatto nella sfida, lanciata da David Hilbert ⁸⁶, dopo il grande sviluppo della matematica dell'800, con:

⁸¹ Marginalmente è interessante notare che, forse per un errore involontario (o forse no) la Madonna non è chiamata: piena di grazie, ma invece: capace di lusinghe. D'altra parte, tutte le madonne antiche sono, per lo più, figure popolari e con il bambino, e solo dall'800, compare l'immagine angelicata della Madonna, sulle nuvole e senza bambino.

⁸² Come già detto in precedenza, la concezione olistica è non idealista.

⁸³ In questo contesto, è detto scientismo la riduzione scientifica che procede per comparti stagni.

⁸⁴ Esigenze grafiche elementari impongono rette parallele e l'apparente figura solida di un mezzo parallelepipedo, ma nulla di ciò è necessario, non essendo metriche le coppie ordinate di opposti.

⁸⁵ I teoremi di Gödel, enunciati trent'anni dopo, sono una risposta inaspettata alla sfida hilbertiana. Infatti questi colpiscono alla base le pretese fondazionaliste, affermando che già l'aritmetica non è completa, se considerata chiusa; affermazione che è dimostrata dalla presenza di cose indecidibili, ovvero di cose che, supposte vere, si dimostrano false e viceversa. A riguardo, è interessante notare come il significato di questi teoremi sia sintetizzato nella sentenza: io sono indecidibile, si rifaccia al paradosso greco del mentitore: questa frase è falsa. Infatti con riferimento a questo ultimo paradosso, è evidente che la frase è vera, se la si accetta letteralmente (cioè nel suo affermare di essere falsa). Tuttavia se si prova a pensare la frase falsa, la stessa diventa vera (proprio per il suo affermare di essere falsa). In ogni caso, occorre non fare confusione sul portato di questi teoremi; infatti ibridare matematica e/o fisica con la filosofia e la politica è, di certo, affascinante, ma bisogna sempre procedere con cautela. Marginalmente è interessante notare che lo stesso problema (cioè evitare strane confusioni) si pone nella corrispondenza tra le idee della relatività ed indeterminazione, e rispettivamente le nuove concezioni della fisica, ovvero la teoria della relatività di Albert Einstein ed il principio (fisico) d'indeterminazione di Werner Karl Heisenberger (formulato all'interno della teoria dei quanti).

- ❑ l'algebra di George Boole, Leopold Kronecker, Julius Wilhelm Richard Dedekind e Georg Cantor;
- ❑ la topologia di William Rowan Hamilton, Evariste Galois, Camille Jordan e Felix Klein;
- ❑ la logica di Friedrich Ludwig Gottlob Frege, Giuseppe Peano, Alfred North Whitehead e Bertrand Arthur William Russell.

Di seguito, si riportano gli enunciati dei due teoremi d'incompletezza la cui dimostrazione è omessa, per ragioni di brevità (essendo comunque interessante notare come un suo passaggio fondamentale faccia uso del lemma della diagonale di Cantor).

- ❑ Se l'aritmetica è non contraddittoria, allora esiste un enunciato che non è dimostrabile in essa, ma tale che nemmeno la sua negazione sia dimostrabile. Un enunciato del genere si dice indecidibile. L'aritmetica si dice pertanto incompleta o deduttivamente incompleta.
- ❑ Se l'aritmetica è non contraddittoria, allora l'affermazione della sua non contraddittorietà, posto che si possa scriverla o trovarne una traduzione equivalente nel linguaggio dell'aritmetica, non è dimostrabile nella stessa e non è neppure refutabile, cioè è essa stessa un esempio di enunciato indecidibile.

Una possibile avvio verso la conclusione di questo lavoro indica alcune importanti proposizioni, dedotte dalle dieci presentate dal sopraccitato libro di Salvatore Veca⁸⁷, a cavallo tra la logica del linguaggio e della conoscenza, e la teoria e la prassi politica.

- ❑ Occorre sempre definire i confini dei domini dell'incompletezza.
- ❑ Tutti i domini possono essere chiusi/saturi (e pertanto completi) od aperti/insaturi (ed allora incompleti).
- ❑ Esistono, quasi certamente, connessioni tra i diversi e differenti domini d'incompletezza.
- ❑ Se un dominio può predicare se stesso (con connessi problemi di autoriferimento), allora esistono più livelli linguistici (che possono coinvolgere linguaggi e metalinguaggi).
- ❑ La complessità è una proprietà relativa e si può definire, per estensione, solo passando da un sistema ad un altro più complesso.
- ❑ I teoremi dell'impossibilità, ovvero i teoremi dell'incompletezza mostrano le vie giocoforza bloccate, se si rimane all'interno di un certo dominio.
- ❑ Le conseguenze di questi teoremi spingono al cambiamento, offrono possibilità ed indicano alternative, tuttavia solo in termini di direzioni e percorsi, e non anche di certe mete⁸⁸.

La matematica è un gioco che si gioca secondo semplici regole,
per mezzo di segni su carte privi di significato (David Hilbert).

⁸⁶ La sfida hilbertiana è metamatematica, per andare oltre la sola analisi matematica (sorta tra la fine del '600 e la prima metà dell'800).
⁸⁷ Il problema dell'incertezza è massimamente determinante anche nelle discipline del rilevamento. Infatti da sempre, esse sono ben rinomate per la loro accuratezza, precisione ed affidabilità, fatto che impone di saper operare, al meglio, nel campo dell'incertezza, sapendola comunque dominare. D'altra parte, dalla fissazione di sistemi, modelli e superfici di riferimento e rappresentazione, passando per la validazione dei dati e dei modelli, fino alla comprensione di basi di dati geomatiche, oggi giorno spesso enormi, è facile constatare quante volte l'incertezza sia ben presente nel compiere scelte differenti, a varie scale d'analisi, con differenti valori di probabilità, nei risultati ottenuti, ed in diverse epoche di lettura dei dati acquisiti.

⁸⁸ E' forse difficile dire oggi, se il problema dell'incompletezza sia determinante anche per le discipline del rilevamento. Infatti queste discipline si stanno differenziando e, in parte, anche dividendo fra quelle di antica derivazione geodetica che, con la geodesia stessa, appartengono alle scienze della terra, e quelle di recente derivazione cartografia che, conglobate nel nome geomatica, tendono a far parte delle tecnologie dell'informazione. Allora a prescindere dal possibile svanire dell'insieme unito delle discipline del rilevamento (a causa di male gestioni, sempre possibili, appropriazioni da parte dei produttori di tecnologie, forse indebite, e dal diffondersi di possibili applicazioni, a macchia d'olio), un problema che potrebbe nascondere un'orgogliosa sicurezza di completezza è la linearità dei due suddetti percorsi. D'altra parte, proprio questa linearità è errata e falsa è l'orgogliosa sicurezza di completezza; di conseguenza la strada da percorrere è mantenere saldo l'antico legame unitario, aprendosi a nuovi apporti, anche estranei al corpus disciplinare.

Camminare insieme avanti⁸⁹

La lettura delle opere di Cassirer, Russell e Wittgenstein (congiuntamente a quelle di altri autori più recenti e comunque niente affatto minori) mette in evidenza, oltre al rigore scientifico, una grande attenzione, da parte di tutti questi autori, anche alle vicende umane. Un secolo è ormai passato dagli anni centrali di quel dibattito fecondo e purtroppo gli eventi, passati e presenti (in particolare, con l'insieme delle immani tragedie che purtroppo attraversano tutto il '900), non inducono a grandi ottimismo. In questo contesto, è necessario un umile e mite appello alla buona volontà, per costruire insieme condizioni migliori, a favore dello sviluppo sostenibile, della convivenza pacifica, della giustizia sociale (intesa come equità), delle libertà personali e civili e del reciproco rispetto.

(Non si deve) ricercare la medesima precisione in tutte le opere di pensiero, così come non si deve ricercarla in tutte le opere materiali, (ma) richiedere in ciascun campo tanta precisione quanta ne permette la natura dell'oggetto (Aristotele, *Etica Nicomachea*).

Il governo è in tutta evidenza un semplice strumento, più o meno utile, tramite il quale uomini, nati uguali, cercano di tutelare la propria vita, la propria libertà e il proprio diritto alla ricerca della felicità; quando un governo contravviene a queste finalità, il popolo ha il diritto di cambiarlo o di abbatterlo (Thomas Jefferson).

Addirittura una concezione utilitaristica, fondata sugli interessi, reclama per soddisfare questi le libertà. A sua volta, le garanzie della libertà conducono all'accettazione di obblighi vicendevoli, detti perfetti, se portano a dettami legislativi, ed imperfetti, se suggeriscono solo buone norme di comportamento. Allora i diritti umani non sono fondati filosoficamente, ma si ergono, contrattualmente e convenzionalmente, a sostegno della civiltà, del progresso e della democrazia. L'ingiustizia in un qualsiasi luogo è una minaccia alla giustizia ovunque (Martin Luther King Jr., Lettera dal carcere di Birmingham, 1963).

D'altra parte, è del tutto evidente come non sia oggi possibile, se mai lo è stato nel passato, separare la scienza e la tecnica dalla storia e dalla politica. Infatti oltre alla neutralità di pochi principi e metodi, politica ed economia pervadono profondamente la tecnica, facendo sì che questa ponga domande orientate anche alla scienza. Allora la storia, passata e presente, deve essere riletta sapendo che gli occhiali dell'ideologia dominante (e/o della religione vigente) la deformano, in qualche modo. Pertanto ancora una volta, occorre rigettare il falso mito del genio isolato, per ricercare quella intersoggettività, fatta da persone diverse, grandi e piccole, che insieme provano a costruire, mantenere e ricostruire pezzi della realtà quotidiana, consci dei pericoli, dei rischi e degli errori, ma sorretti dalla speranza di essere un po' competenti e capaci.

BIBLIOGRAFIA MINIMA

- AAVV (1974): *Linguaggio e sistemi formali – Teorie e metodi della linguistica matematica* da Carnap a Chomsky. A cura di A. De Palma, Einaudi – Readers, Torino.
- Chomsky N. (2010): *Il linguaggio e la mente*. Bollati Boringhieri, Torino, 2010.
- D'Agostini F. (2011): *Introduzione alla verità*. Bollati Boringhieri, Torino.
- Di Francesco M. (2003): *Introduzione a Russell*. Editori Laterza, Bari.
- Gargani A.G. (2007): *Introduzione a Wittgenstein*. Editori Laterza, Bari.
- Joseph G.G. (2000): *C'era una volta un numero – La vera storia della matematica*. Il Saggiatore, Milano.
- Raio G. (2002): *Introduzione a Cassirer*. Editori Laterza, Bari.
- Veca S. (2006): *Dell'incertezza – Tre meditazioni filosofiche*. Saggi/Universale Economica Feltrinelli, Milano.
- Veca S. (2011): *L'idea di incompletezza – Quattro lezioni*. Campi del sapere / Feltrinelli, Milano.
- Voltoolini A. (2006): *Guida alla lettura delle Ricerche Filosofiche di Wittgenstein*. Editori Laterza, Bari.
- Zellini P. (2010): *Numero e logos*. Adelphi, Milano.

⁸⁹ Più in generale, rispetto al messaggio di Hilbert, a vita (comune) è (o quantomeno dovrebbe essere) un gioco (elegante) che si gioca secondo semplici regole (di convivenza, dette complessivamente etichetta), per mezzo di fatti (per lo più, piccoli) privi di significato (o quasi). Infatti in questo contesto, l'etica è un'altra cosa e non si dovrebbe mai far ricorso ad essa, bastando l'etichetta a risolvere tutto.