

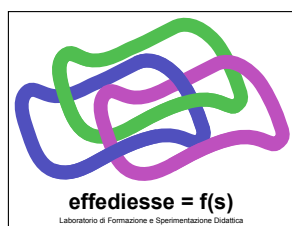
Book of Abstracts

WORKSHOP 2025 DIGIMATH

Il ruolo delle tecnologie digitali a supporto della didattica della
matematica: esperienze di buone pratiche a livello universitario

Milano, 15 - 16 Luglio 2025

Laboratorio di Formazione e Sperimentazione Didattica - FDS
Dipartimento di Matematica - Politecnico di Milano



Editors

Caterina Bassi¹, Domenico Brunetto¹, Monica Conti¹, Michele G. Fiorentino², Annamaria Miranda³

¹Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano

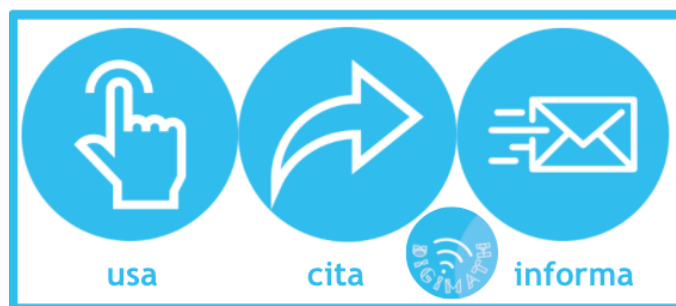
²Dipartimento di Scienze della Formazione Primaria, Psicologia e Comunicazione, Università degli Studi di Bari "Aldo Moro"

³Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Salerno

Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano
Milano, 15–16 Luglio 2025

ISBN: 978-88-6493-1265

© 2025 Gli Autori. Distribuito con licenza Creative Commons CC BY 4.0.



Il MOOC "Le derivate come si calcolano?" come artefatto didattico complesso: progettazione, mediazione tecnologica e concettualizzazione della derivata

Domenico Brunetto ¹, Monica Conti¹

¹ Politecnico di Milano

domenico.brunetto@polimi.it

L'analisi matematica costituisce una componente centrale nei curricula delle discipline scientifiche, rappresentando un passaggio fondamentale per lo sviluppo di competenze trasversali e specifiche in ambito STEM. Tuttavia, è anche uno degli insegnamenti che più frequentemente mette in difficoltà gli studenti, soprattutto all'inizio del loro percorso universitario (Gómez-Chacón et al., 2015; Andrà et al., 2019). Se da un lato il concetto di derivata è necessario per affrontare al meglio tutte le discipline tecnico-scientifico in ambito universitario, dall'altro risulta essere una delle difficoltà maggiori per gli studenti. Numerosi studi (es., Orton, 1983; Zandieh, 2000, Habre & Abboud, 2006; Andrà et al., 2019) hanno infatti evidenziato le difficoltà concettuali legate alle sue molteplici rappresentazioni - simboliche, grafiche, numeriche e verbali - che richiedono il passaggio tra diversi registri semiotici (Duval, 2006). Queste difficoltà influenzano negativamente anche la comprensione e la corretta applicazione delle regole algebriche per il calcolo delle derivate (Ryberg, 2018).

Di fronte a questa sfida, l'impiego di risorse didattiche digitali può rappresentare una leva significativa per promuovere l'apprendimento attivo e personalizzato. In questo contesto si inserisce il MOOC "*Le derivate: come si calcolano*", sviluppato dal Laboratorio FDS del Dipartimento di Matematica del Politecnico di Milano e ospitato sulla piattaforma *Polimi Open Knowledge* (www.pok.polimi.it) e su *Coursera* (www.coursera.org) nelle due versioni in italiano e inglese. Inoltre, il MOOC in oggetto è il primo del progetto *Edvance - Digital Education Hub*¹ nella categoria "Matematica, Fisica e Ingegneria".

Il MOOC è rivolto a studenti dell'ultimo anno della scuola secondaria e del primo anno universitario, con l'obiettivo di offrire una risorsa flessibile e interattiva per supportare l'apprendimento del calcolo differenziale. Il corso si articola in quattro settimane e comprende video-lezioni strutturate, esercizi svolti, quiz autovalutativi e approfondimenti teorici. Nel contributo discutiamo gli elementi progettuali del MOOC e la sua integrazione nel contesto del corso di matematica per il primo anno del Corso di Laurea in Architettura del Politecnico di Milano, un ambiente formativo eterogeneo in cui convivono studenti con background matematici molto diversi e con aspettative spesso distanti dalla formalizzazione astratta tipica dell'analisi. La scelta di introdurre il MOOC come supporto blended nasce dalla volontà di offrire un'esperienza di apprendimento flessibile, personalizzabile e accessibile anche al di fuori delle ore di lezione, con l'intento di rafforzare la comprensione concettuale e colmare eventuali lacune pregresse.

Per inquadrare in modo sistematico il ruolo del MOOC nel processo didattico, adottiamo il modello del tetraedro didattico per l'e-learning (Albano, Faggiano & Mammana, 2013), che consente di interpretare il corso online come artefatto digitale complesso, frutto di un intreccio di relazioni tra attori, contenuti e strumenti. A differenza del classico triangolo didattico (che coinvolge insegnante, studente e contenuti), il tetraedro introduce un quarto vertice, permettendo di esplorare in modo più ricco e articolato le dinamiche

¹Edvance (www.edvance.it) è una rete che vede Politecnico di Milano come capofila di una rete di 14 università, 4 AFAM e 24 partner associati per mettere a disposizione del sistema Italia corsi online di alta qualità su Intelligenza Artificiale, Data literacy, Digital sustainability e transdisciplinarietà. Edvance è finanziato dal MUR nell'ambito del PNRR.

dell'apprendimento mediate dalla tecnologia. Il modello si sviluppa attorno a quattro vertici fondamentali: Autore (A), Studente (S), Tutor (T) e Conoscenza matematica (M). Le quattro facce del tetraedro permettono di analizzare diverse dimensioni dell'esperienza formativa, ciascuna focalizzata su una particolare triangolazione di ruoli e significati. Questo approccio offre una griglia interpretativa per analizzare il MOOC non solo come contenitore di contenuti, ma come ecosistema didattico dinamico.

Riportiamo i risultati preliminari dell'analisi del MOOC, strutturati secondo le quattro facce del quadro teorico adottato.

- *ASM (Autore - Studente - Matematica)* - Apprendimento autonomo guidato dalla trasposizione didattica.

L'autore organizza i contenuti in video strutturati in quattro fasi: introduzione intuitiva, enunciato del teorema, esempio applicativo, idea della dimostrazione. La piattaforma funge da ambiente affidabile, coerente e chiuso, che consente agli studenti di accedere in autonomia a contenuti concettualmente e proceduralmente strutturati. La personalizzazione è supportata da contenuti multimodali (video, testo, quiz) e dalla libertà dello studente di scegliere il proprio percorso di studio.

- *STM (Studente - Tutor - Matematica)* - Apprendimento collaborativo e supportato dal tutor.

Anche se il MOOC non prevede un tutor "umano" sempre presente, funge da tutor automatizzato: guida lo studente attraverso esercizi, quiz e approfondimenti con feedback. Le attività collaborative (es. peer teaching, flipped classroom) sperimentate al Politecnico di Milano, come la discussione in classe dopo lo studio del video e i gruppi di lavoro, incarnano pienamente questa faccia. L'uso asincrono e sincrono amplia l'interazione con la matematica in contesti guidati.

- *ATM (Autore - Tutor - Matematica)* - Ingegneria didattica e progettazione dei contenuti.

I contenuti sono progettati con attenzione alle difficoltà procedurali e concettuali (es. uso scorretto delle regole di derivazione). È chiara la presenza di trasposizione didattica (da conoscenza esperta a contenuto accessibile) e l'integrazione significativa della tecnologia per la presentazione visiva e dinamica dei concetti. L'interazione tra autore e "tutoraggio implicito" (automazioni, esercitazioni, scaffolding) fa emergere una forte progettazione pedagogica.

- *AST (Autore - Studente - Tutor)* - Feedback e co-produzione.

Gli studenti possono elaborare nuovi compiti a partire dai materiali esistenti, specialmente nei contesti di co-teaching e peer-teaching. Gli insegnanti che adottano il MOOC nei propri corsi (es. flipped classroom) diventano parte della figura "tutor" e possono fornire feedback agli autori, chiudendo il ciclo progettuale. Le pratiche del Peer Teaching e della co-produzione in classe trasformano lo studente in un "co-autore", in linea con la filosofia della faccia AST. La progettazione della "week 4 - Strumenti digitali", contestualmente al progetto Edvance, consente agli studenti di produrre nuovi task partendo da quelli presenti sul MOOC in modo da espandere la loro esperienza e preparazione al di là dei contenuti definiti nel MOOC.

L'analisi mostra che una delle caratteristiche più innovative del MOOC "*Le derivate: come si calcolano?*" è la sua organizzazione modulare e narrativa, che guida lo studente attraverso un processo di costruzione concettuale — da un'introduzione intuitiva, passando per l'enunciato formale e l'applicazione, fino all'idea della dimostrazione — permettendo un equilibrio tra comprensione strumentale e relazionale (Skemp, 2006).

La progettazione riflette una solida attività di trasposizione didattica, supporta l'autonomia dello studente, offrendo un ambiente chiuso ma flessibile in cui apprendere in modo

personalizzato. Il MOOC è anche pensato per essere integrato in contesti collaborativi e guidati, e per permettere agli studenti di espandere i materiali iniziali arricchendoli e rendendoli strumenti dinamici, come dimostrano le sperimentazioni preliminari in aula. È in fase di progettazione una sperimentazione strutturata in aula, volta a indagare quantitativamente come il MOOC possa supportare gli studenti nel superamento delle difficoltà concettuali legate all'apprendimento delle derivate.

In sintesi, questo MOOC si configura come un artefatto didattico complesso in grado di attivare e sostenere processi di apprendimento significativi, in linea con le più avanzate riflessioni teoriche sull'e-learning in matematica, offrendo non solo un caso studio concreto, ma anche uno spunto metodologico per la progettazione di ambienti digitali significativi nel contesto dell'istruzione universitaria.

Bibliografia

- Andrà, C., Bernardi, G., & Brunetto, D. (2019). Teaching with emerging technologies in a STEM university math class. In J. Domenech, P. Merello, E. de la Poza, D. Blazquez, & R. Peña-Ortiz (Eds.), *Proceedings of 5th International Conference on Higher Education Advance* (pp. 963-971). Editorial Universitat Politècnica de València. <http://dx.doi.org/10.4995/HEAd19.2019.9179>
- Albano, G., Faggiano, E., & Mammana, M. F. (2013). A tetrahedron to model e-learning Mathematics. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, 23 (Supplemento 1), 429-436.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 61(1), 103-131.
- Gómez-Chacón, I. M., Griese, B., Rösken-Winter, B., & González-Guillén, C. (2015). Engineering students in Spain and Germany—varying and uniform learning strategies. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2117-2123). Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.
- Habre, S., & Abboud, M. (2006). Students' conceptual understanding of a function and its derivative in an experimental calculus course. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(1), 57-72.
- Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 235–250. <https://doi.org/10.1007/BF00410540>
- Ryberg, U. (2018). Generating different lesson designs and analyzing their effects: The impact of representations when discerning aspects of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.012>
- Skemp, R. R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching in the middle school*, 12(2), 88-95.
- Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the derivative. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 8, 103–127.