



Revista Española de  
**MECÁNICA DE LA  
FRACTURA**



**Volumen 1  
Junio 2021**

ISSN: 2792-4246

Editado por la Sociedad Española de Integridad Estructural  
Grupo Español de Fractura

# ÍNDICE (Volumen 1)

<b>TÉCNICAS EXPERIMENTALES</b>	<b>1</b>
<i>TENACIDAD A LA FRACTURA EN LA INTERFAZ EN JUNTAS ADHESIVAS. COMPARACIÓN EXPERIMENTAL ENTRE PMMA/PMMA UNIDO POR EPOXI Y PMMA/EPOXI.</i> M.T. Aranda, I.G. García, J. Reinoso, V. Mantič .....	3
<i>SOBRE EL CONCEPTO DE MAPA DE FRACTURA MICROSCÓPICA (MFM) Y SU ROL EN EVALUACIONES DE INTEGRIDAD ESTRUCTURAL EN CIENCIA E INGENIERIA DE MATERIALES.</i> J. Toribio.....	9
<i>ESTIMACIÓN DEL UMBRAL EN CONDICIONES DE FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO MEDIANTE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LOS ESCALONES AL ENSAYO SMALL PUNCH.</i> B. Arroyo, F. Gutiérrez-Solana, L. Andrea, J.A. Álvarez, P. González .....	13
<i>FISURACIÓN POR CORROSIÓN BAJO TENSIÓN EN ALAMBRES DE ACERO PERLÍTICO PROGRESIVAMENTE TREFILADO: ALAMBRÓN Y ACERO DE PRETENSADO.</i> L. Águado, J. Toribio .....	19
<b>MÉTODOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS</b>	<b>25</b>
<i>NUMERICAL REINTERPRETATION OF HYDROGEN PERMEATION TESTS WITH RESIDUAL STRESSES AND CONSEQUENCES IN CRACK MODELLING</i> A. Díaz, J.M. Alegre, I.I. Cuesta .....	27
<i>MODELO MULTIAXIAL DE FATIGA POR FRETTING CONSIDERANDO LA TRAYECTORIA DE LA GRIETA</i> D. Erena, J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez.....	33
<i>CARACTERIZACION DE LA INTERFASE EN UN ENSAYO A DOBLE CORTANTE PULL-PUSH USANDO UN PROBLEMA INVERSO Y LA MECÁNICA DE LA FRACTURA FINITA</i> M. Muñoz-Reja, L. Távara , V. Mantič .....	39
<i>ESTUDIO DE LA DIFUSIÓN DE HIDRÓGENO EN FERRITA MEDIANTE UN MODELO DE TIPO MONTE CARLO CINÉTICO</i> G. Álvarez, Á. Ridruejo, J. Sánchez, J. Segurado.....	45
<i>INFLUENCIA DEL TAMAÑO DE LA MALLA EN EL CTOD PLÁSTICO</i> J. Sánchez-Mancera, D. Camas, B. Moreno, F.V. Antunes.....	51
<i>CÁLCULO DE LA VISCOSIDAD DINÁMICA EN PASTAS DE CEMENTO: APROXIMACIÓN PROBABILÍSTICA Y ANÁLISIS BAYESIANO</i> Á. De La Rosa, G. Ruiz, E. Castillo, R. Moreno .....	57

<i>INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DE GIRO EN EL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UNA VIGA ROTATORIA FISURADA</i> B. Valverde-Marcos, B. Muñoz-Abella, P. Rubio, L. Rubio .....	63
<i>EFFECTO DE CARGAS TRANSVERSALES EN LA APERTURA DE UNA GRIETA TRIDIMENSIONAL Y EN LOS PARÁMETROS CARACTERIZANTES K, J Y T-STRESS</i> A.R. Quiñonero, M. Muñoz, M.J. Lamela, E. Giner, A. Fernández-Canteli .....	69
<i>FORMALISMO MATRICIAL PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SINGULARIDADES DE TENSIÓN EN ESQUINAS MULTIMATERIALES ANISÓTROPAS CON CONDICIONES DE CONTORNO HOMOGÉNEAS</i> M.A. Herrera-Garrido, V. Mantič, A. Barroso .....	75
<i>ESTUDIO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES PARA FISURAS ANULARES INCIPIENTES ABIERTAS CONTENIDAS EN UN EJE SOMETIDO A FLEXIÓN</i> M. Velázquez, P. Rubio, B. Muñoz-Abella, L. Rubio, P. Pennacchi .....	83
<i>FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES DE FISURAS INTERIORES CIRCULARES EXCÉNTRICAS SITUADAS EN BARRAS REDONDAS SOMETIDAS A CARGA DE TRACCIÓN</i> J.C. Matos, B. González, J. Toribio .....	89
<i>MODELIZACIÓN NUMÉRICA DEL PROCESO DE FRACTURA A TRACCIÓN EN PROBETASAXISIMÉTRICAS DE ACERO PERLÍTICO CON ENTALLA EN FORMA DE "V"</i> I. Balboa, F.J. Ayaso, B. González, J. C. Matos, J. Toribio .....	93
<i>EFFECTO DE LA LONGITUD DE LA PLACA SOBRE EL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES DE FISURAS PROFUNDAS EN PLACAS DE ESPESOR FINITO SOMETIDAS A TRACCIÓN</i> B. González, J.C. Matos, O. Mulas, J. Toribio .....	99
<i>PROPAGACIÓN POR FATIGA EN AMBIENTE DE HIDRÓGENO DE FISURAS EN ESQUINA SITUADAS EN PLACAS CON UN TALADRO SOMETIDAS A CARGA DE TRACCIÓN</i> B. González, J.C. Matos, J. Toribio .....	105
<i>FRECUENCIAS NATURALES DE VIBRACIÓN EN VIGAS DE TIMOSHENKO FISURADAS A FLEXIÓN SOBRE EN UN MEDIO ELÁSTICO</i> J.A. Loya, J. Aranda-Ruiz, R. Zaera .....	111
<i>ANÁLISIS DE ALTA RESOLUCIÓN DE LAS VARIABLES CINEMÁTICAS RELEVANTES EN CBT EN LA PUNTA DE UNA FISURA</i> E. A. Jáñez, V. Kharin, J. Toribio .....	117
<i>EXPRESIÓN ANALÍTICA DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓNEN LA SUPERFICIE DE LA PUNTA DE FISURA</i> E. A. Jáñez, V. Kharin, J. Toribio .....	123
<i>OBTENCIÓN DE LA FORMA ESTABLE DE CRECIMIENTO DE GRIETA MEDIANTE MODELOS NUMÉRICOS E INTELIGENCIA ARTIFICIAL</i> M. Martín, M. Muñoz, H. Zabala, F. de la Roza, G. Calvin, A. Álvarez-Vázquez, M. Escalero .....	129
<i>NUEVA VERSIÓN DE ABAQUS2MATLAB: COMUNICACIÓN BIDIRECCIONAL Y EXTENSIÓN DE CAPACIDADES PARA EL POSTPROCESADO DE DIFERENTES TIPOS DE ARCHIVOS</i> M. Muñoz-Calvente, G. Papazafeiropoulos, E. Martínez-Pañeda, F. de la Roza .....	135

<i>ESTUDIO DE CONVERGENCIA DE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA A LA SOLUCIÓN ASINTÓTICA EN TORNO A LA PUNTA DE UNA GRIETA EN MODO III EN UNA INTERFAZ ADHESIVA</i> S. Jiménez-Alfaro, V. Mantič .....	141
<i>NUMERICAL ANALYSIS OF SIZE-EFFECT IN UHPFRC BEAMS SUBJECTED TO WIDE-SPAN FOUR-POINT BENDING</i> J. Planas, B. Sanz, J.M. Sancho .....	149
<i>METODOLOGÍA PARA EL AJUSTE DE LEYES DE DAÑO EN MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS A TRAVÉS DEL USO DE REDES NEURONALES Y METAMODELOS</i> F. de la Roza, M. Martín, M. Muñoz-Calvente, A. Álvarez-Vázquez, J. Gracia .....	155
<i>PAPEL DEL ESTADO TENSO-DEFORMACIONAL RESIDUAL EN LA FRAGILIZACIÓN POR HIDRÓGENO DE ACERO PERLÍTICO LAMINADO EN CALIENTE</i> L. Aguado, J. Toribio .....	161
<b>SEGURIDAD Y DURABILIDAD DE ESTRUCTURAS</b>	<b>167</b>
<i>AMPLIANDO EL CONCEPTO DE INTEGRIDAD ESTRUCTURAL: UN TRIBUTO A GALILEO GALILEI.</i> J.Toribio.....	169
<i>ANÁLISIS DE DAÑO DEL ACERO DE LOS CORDONES DE PRETENSADO DE UN VIADUCTO URBANO TRAS 40 AÑOS DE SERVICIO.</i> M. Iordachescu, A. Valiente, M. de Abreu .....	175
<i>FATIGUE RESPONSE FROM INTERNAL HOLES OF TIAL6V4 COMPONENTS PRODUCED BY LPBF.</i> L. Borrego, J. Jesus, J.A.M. Ferreira, C. Capela, J.D. Costa .....	181
<b>FATIGA E INTERACCIÓN CON EL MEDIO AMBIENTE</b>	<b>187</b>
<i>UNA METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS FENOMENOLÓGICO DE PROCESOS DE DAÑO ACUMULADO. APLICACIÓN A FENÓMENOS DE FRACTURA Y FATIGA.</i> A. Fernández-Canteli, E. Castillo, S. Blasón .....	189
<i>ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS DIFERENTES FORMAS DE EVALUAR LA FRAGILIZACIÓN DE ACEROS ESTRUCTURALES EN CONTACTO CON HIDRÓGENO A PRESIÓN.</i> V. Arniella, A. Zafra, J. Belzunce, C. Rodríguez.....	195
<i>INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA EN LA VIDA A FATIGA EN COMPRESIÓN DE MORTEROS DE CAL HIDRÁULICA NATURAL.</i> L. Garijo, J.J. Ortega, G. Ruiz, A. De la Rosa, X.X. Zhang.....	201

<i>EFFECTO DE ESCALA EN LA FATIGA A COMPRESIÓN DE HORMIGÓN CON FIBRAS.</i> J.J. Ortega, G. Ruiz, E. Poveda, D.C. González, M. Tarifa, X.X. Zhang, R.C. Yu, M.A. Vicente, A. de la Rosa, L. Garijo.....	205
<i>ANÁLISIS FRACTOGRÁFICO CUANTITATIVO DE ALAMBRES DE PRETENSADO COMERCIAL SOMETIDOS A ENSAYOS DE CORROSIÓN BAJO TENSIÓN.</i> F.J. Ayaso, A. Fernández-Viña, J. Toribio.....	211
<i>ESTUDIO EXPERIMENTAL A FATIGA DE LAMINADOS UNIDIRECCIONALES A 90°.</i> S. Sánchez-Carmona, E. Correa, A. Barroso, F. París.....	217
<i>INCEFA-SCALE (INcreasing Safety in NPPs by Covering Gaps in Environmental Fatigue Assessment –Focusing on Gaps between Laboratory Data and Component-SCALE).</i> S. Arrieta, S. Cicero, K. Mottershead, R. Cicero, A. McLennan, S. Courtin, C. Huutilainen.....	225
<i>COMPARACIÓN DE LA INTEGRIDAD FRENTE A FATIGA DE LA POLIAMIDA 12 PROCESADA MEDIANTE SINTERIZADO SELECTIVO POR LÁSER Y MEDIANTE MOLDEO POR INYECCIÓN.</i> A. Cano, A. Salazar, J. Rodríguez.....	231
<i>MICRO-DAÑO ASISTIDO POR HIDRÓGENO EN PROBETAS AXISIMÉTRICAS DE ACERO PERLÍTICO PROGRESIVAMENTE TREFILADO CON ENTALLA EN FORMA DE "V".</i> I. Balboa, P. Santos, F.J. Ayaso, B. González, J.C. Matos, J. Toribio.....	237
<i>RETARDO EN LA PROPAGACIÓN POR FATIGA INDUCIDA POR PLASTICIDAD DEBIDO A LA DEFLEXIÓN DEL EXTREMO DE FISURA.</i> J.C. Matos, B. González, J. Toribio.....	241
<i>FATIGA POR CONTACTO DE RODADURA ASISTIDA POR HIDRÓGENO EN RODAMIENTOS UTILIZADOS EN AEROGENERADORES DE ENERGÍA EÓLICA.</i> V. Kharin, M. Lorenzo, D. Vergara, J. Toribio.....	247
<i>VARIABLES MECÁNICAS Y AMBIENTALES QUE GOBIERNAN EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE MEZCLAS BITUMINOSAS EN CALIENTE.</i> R. Tino, B. González, J.C. Matos, J. Toribio.....	251
<i>PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL PARA LA DETERMINACIÓN DEL VALOR <math>\Delta K</math> UMBRAL INTRÍNSECO Y CARACTERIZACIÓN DE VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE GRIETAS EN FATIGA EN PROBETAS DE ACERO EN MINIATURA.</i> S. Blasón, T. Werner, J. Kruse, D. Gilli, M. Madia.....	255
<i>PREDICCIÓN DE VIDA A FATIGA MULTIAXIAL EN ACERO INOXIDABLE 316 MEDIANTE MÉTODOS DE PLANO CRÍTICO.</i> A.S. Cruces, P. Lopez-Crespo, B. Moreno, F.V. Antunes, T. Itoh.....	261

## ESTUDIO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES PARA FISURAS ANULARES INCIPIENTES ABIERTAS CONTENIDAS EN UN EJE SOMETIDO A FLEXIÓN

M. Velázquez<sup>1</sup>, P. Rubio<sup>1</sup>, B. Muñoz-Abella<sup>1</sup>, L. Rubio<sup>1</sup>, P. Pennacchi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Grupo de Simulación y Optimización Mecánica (SIOMECA).  
Escuela Politécnica Superior. Universidad Carlos III de Madrid.  
Avda. Universidad 30, 28911 Leganés, Madrid-España

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería Mecánica  
Politécnico de Milano  
Vía G. La Masa 1, 20156, Milán-Italia

### RESUMEN

La aparición de fisuras en elementos de máquinas rotatorias como son los ejes es una de las principales causas que abocan al fallo e incluso a la rotura de esta maquinaria. La mayoría de los estudios sobre ejes fisurados se centran en fisuras de forma recta o semielíptica, cuando en realidad las fisuras se pueden presentar también con un frente circunferencial o anular. En este trabajo se ha desarrollado un modelo numérico 3D mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) que permite realizar un estudio exhaustivo del Factor de Intensidad de Tensiones en los diferentes puntos del frente de una fisura anular contenida en un eje sometido a flexión, en función del tamaño de la fisura y de su excentricidad. Se han considerado fisuras incipientes por ser las más peligrosas para la integridad del componente mecánico.

**PALABRAS CLAVE:** Fisuras anulares, fisuras incipientes, fisuras excéntricas, eje fisurado, Factor de Intensidad de Tensiones (FIT).

### ABSTRACT

The appearance of cracks in rotating machine elements such as shafts is one of the main causes of failure and even breakage of this machinery. Most studies on cracked shafts focus on straight or semi-elliptical cracks, when in fact cracks can also occur with a circumferential or annular front. In this work, a 3D numerical model has been developed by means of the Finite Element Method (FEM) that allows an exhaustive study of the Stress Intensity Factor at different points of the front of an annular crack contained in a shaft subjected to bending, as a function of the crack size and its eccentricity. Incipient cracks have been considered as the most dangerous for the integrity of the mechanical component.

**KEYWORDS:** Annular cracks, incipient cracks, eccentric cracks, cracked shaft, Stress Intensity Factor (SIF).

### INTRODUCCIÓN

En el ámbito industrial es habitual que los fallos acontecidos en todo tipo de maquinaria se deban principalmente a la rotura de alguno de sus componentes. Esta rotura viene provocada por el trabajo de la maquinaria bajo la actuación de vibraciones y las cargas de sus propios elementos [1]. Un fallo de este tipo puede suponer altos gastos de mantenimiento e incluso daños personales.

Este trabajo centra su atención en los fallos producidos por la aparición y propagación de fisuras de fatiga en uno de los elementos principales de máquinas rotatorias como pueden los motores y turbinas: los ejes [2].

El estudio se centra en determinar el Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) a lo largo del frente de la fisura, lo cual da información sobre el estado tensional de esta. Los primeros estudios del FIT consideraron fisuras cuyo frente es recto [3]. Posteriormente, en otros estudios se profundizó en el análisis y cálculo del FIT en fisuras semielípticas con forma convexa [4,5,6,7] y también cóncava [8,9,10,11].

Por el contrario, son muy poco comunes los estudios realizados acerca del estudio del estado tensional de la fisura de frente anular [12,13,14]. Sin embargo, este tipo de fisuras aparecen con bastante frecuencia en los ejes de la maquinaria industrial, con forma circunferencial en su sección transversal y también con cierta excentricidad respecto al centro del eje. Por ello, este trabajo tiene

como finalidad realizar un estudio pormenorizado del Factor de Intensidad de Tensiones a lo largo del frente de una fisura incipiente anular contenida en un eje sometido a flexión, en función del tamaño de la fisura y de su excentricidad.

### MODELO NUMÉRICO DEL EJE FISURADO

Para el desarrollo del modelo numérico se ha hecho uso del código comercial ABAQUS [15]. El modelo tridimensional corresponde a un eje con diámetro  $D=20$  mm y longitud  $L=900$  mm. Dicho eje está biapoyado y tiene a una distancia  $L/2$  respecto de sus apoyos, una fisura de tipo anular que deja una zona intacta en el interior con diámetro  $d$ . El eje está sometido a flexión debido a la acción de dos cargas puntuales  $F=200$  N situadas a una distancia  $L/4$  respecto sus extremos (ver figura 1). El material del que se compone es aluminio ( $E=72$  GPa,  $\nu=0.3$  y  $\rho=2800$  kg/m<sup>3</sup>).

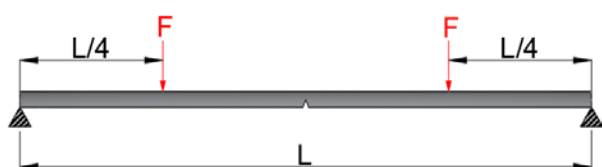


Figura 1. Esquema del eje fisurado

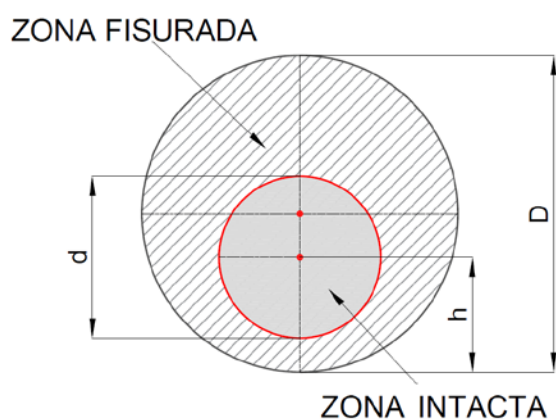


Figura 2. Esquema sección transversal del eje

El modelo numérico ha sido planteado en función de tres parámetros característicos que determinan las dimensiones de la fisura anular en cada caso (ver figuras 2 a 5):

- El tamaño relativo,  $\mu=D/d$ . Se han contemplado un total de seis tamaños relativos ( $\mu=1.07, 1.10, 1.14, 1.19, 1.23, 1.28$ ).
- La excentricidad relativa,  $\eta=h/R$ , donde  $R$  corresponde a  $D/2$  y  $h$  es la distancia desde el centro de la fisura al extremo del eje más cercano. Se han considerado un total de siete excentricidades relativas ( $\eta=1, 0.975, 0.95, 0.925, 0.9, 0.875$  y  $0.85$ ). El valor  $\eta=1$  corresponde al caso donde el

centro de la fisura coincide con el centro del eje, es decir, excentricidad nula. En las figuras 3 y 4 aparecen dos ejemplos que presentan diferentes valores de excentricidad relativa.

- La posición relativa en el frente,  $\gamma=\theta/\theta_r$ . Donde  $\theta_r$  y  $\theta$  están definidos en la figura 5. Se han definido un total de 40 posiciones relativas en el frente donde el valor de  $\gamma$  está comprendido entre  $-1$  y  $1$  en incrementos de  $0.05$ .

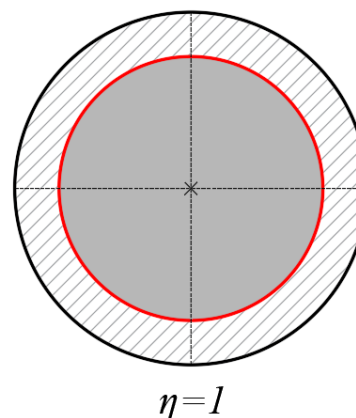


Figura 3. Sección transversal para  $\eta=1$ .

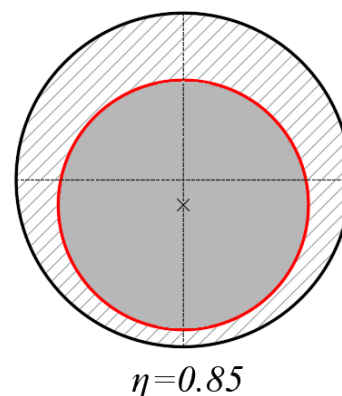


Figura 4. Sección transversal para  $\eta=0.85$ .

El tipo de mallado utilizado ha sido de elementos hexaédricos de tipo lineal con integración reducida de 8 nodos (C3D8R, en la nomenclatura de ABAQUS). La zona donde se localiza la fisura se ha mallado con un mayor número de elementos mientras que, otras partes del modelo como los tramos longitudinales, cuentan con un número de elementos más reducido (ver figura 6).

En total, todos los modelos tienen alrededor de 160000 elementos. El tamaño óptimo de la malla se ha fijado tras realizar un estudio de la sensibilidad del mallado y observar la convergencia de los resultados.

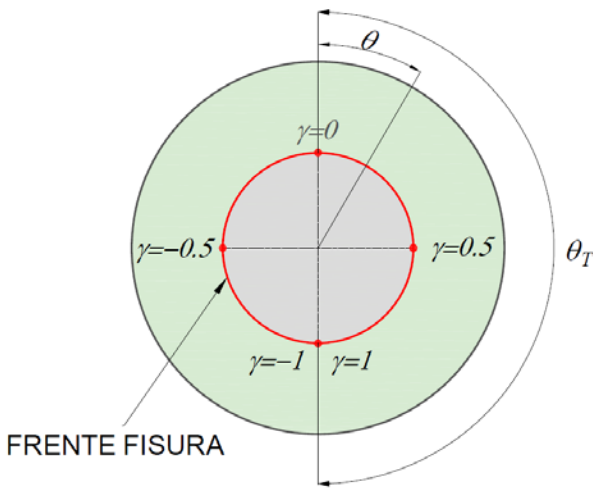


Figura 5. Distribución de  $\gamma$  en el frente de la fisura.

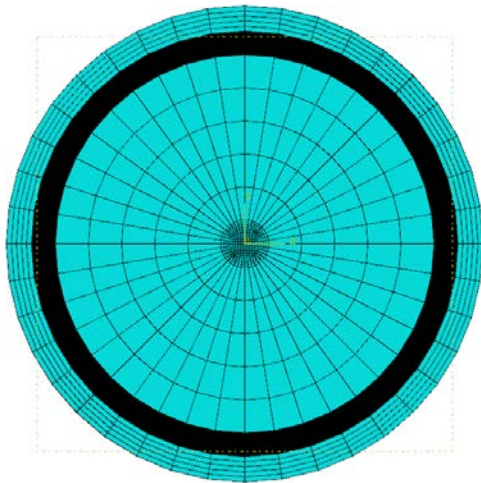


Figura 6. Mallado transversal del modelo numérico

Para el cálculo del Factor de Intensidad de Tensiones, se ha recurrido al módulo *CRACK* de ABAQUS. Esta herramienta determina el valor del FIT mediante la definición del frente de la fisura, la dirección de propagación de esta y el número de contornos en los que evaluar la integral *J*, que en este trabajo serán 8.

### VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Para validar el modelo numérico se ha realizado una comparación de los resultados del Factor de Intensidad de Tensiones con los teóricos obtenidos a partir de la literatura [16].

Se ha hecho uso de la expresión (1) [16] que permite calcular el FIT de fisuras anulares con las condiciones de contorno del modelo.

$$K_{IA} = \frac{4M}{\pi a^3} \sqrt{\pi a} \frac{3}{8} \sqrt{1 - \frac{a}{b}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{a}{b} + \frac{3}{8} \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{5}{16} \left(\frac{a}{b}\right)^3 + \frac{35}{128} \left(\frac{a}{b}\right)^4 + 0.537 \left(\frac{a}{b}\right)^5 \right\} \quad (1)$$

En la expresión (1) *M* es el momento flector aplicado en la zona fisurada del eje y los parámetros *a* y *b* que se muestran la figura 7.

Cabe destacar que la comparación se ha realizado para  $\eta=1$  y para  $\gamma=1$  que es donde tiene validez la expresión de [16].

En la Tabla 1 se presentan los datos que relacionan los parámetros utilizados para hacer esta validación. Se han considerado tamaños de fisura de hasta un 38.96% de zona fisurada que corresponde con una profundidad relativa de 1.28. La figura 8 muestra la gráfica comparativa de los resultados. Se observa que los valores obtenidos presentan coincidencia con los resultados teóricos tomados como referencia con unas diferencias máximas del 10%, siendo prácticamente iguales para fisuras incipientes y aumentando la diferencia a medida que aumenta el tamaño de la fisura. Estos resultados permiten validar el modelo numérico desarrollado y, consecuentemente, el análisis del Factor de Intensidad de Tensiones realizado a partir de él.

Tabla 1. Cocientes *a/b* y porcentajes de zona fisurada para los diferentes casos de tamaños relativo de fisura.

$\mu$	<i>a/b</i>	Zona fisurada
<b>1.07</b>	0.9375	12.11%
<b>1.10</b>	0.90625	17.87%
<b>1.14</b>	0.875	23.44%
<b>1.19</b>	0.84375	28.81%
<b>1.23</b>	0.8125	33.98%
<b>1.28</b>	0.78125	38.96%



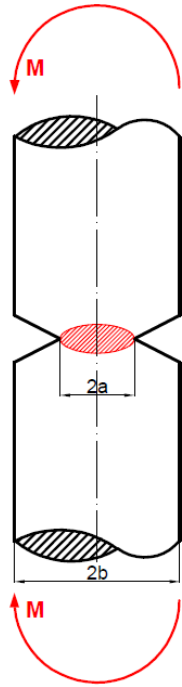


Figura 7. Parámetros para el cálculo del FIT

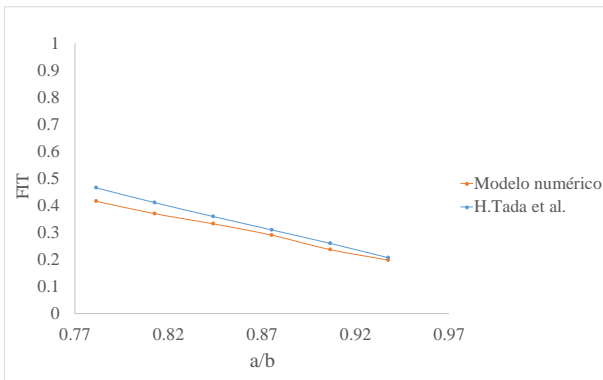


Figura 8. Comparación FIT entre modelo numérico y expresión

**RESULTADOS DEL MODELO NUMÉRICO**

Una vez obtenido el valor del Factor de Intensidad de Tensiones a lo largo del frente de la fisura, este ha sido adimensionalizado mediante la expresión (2).

$$f_I = \sigma \sqrt{\pi D} \tag{2}$$

Donde  $\sigma$  corresponde a la máxima tensión de flexión en la zona donde se ubica la fisura. El valor del Factor de Intensidad de Tensiones adimensionalizado,  $F_I$ , se puede observar en las figuras 9, 10 y 11 para diferentes valores de excentricidad relativa.

Cabe destacar que se han representado en cada gráfica únicamente la mitad de los valores del FIT, concretamente desde  $\gamma=0$  a  $\gamma=1$ , ya que el resto del intervalo es simétrico. Según las conclusiones alcanzadas en [7], en aquellos puntos donde el valor obtenido numéricamente ha sido negativo, se ha establecido como cero. Esto ocurre en aquellos puntos de la fisura donde se encuentra cerrada y sometida a compresión.

También que en el caso de la figura 11 donde  $\eta=0.85$  solo se han podido representar dos de los seis tamaños relativos de fisura. Esto se debe a que debido a que la excentricidad es elevada, el contorno de las fisuras de diámetro mayor excede el contorno del eje de diámetro  $D$ .

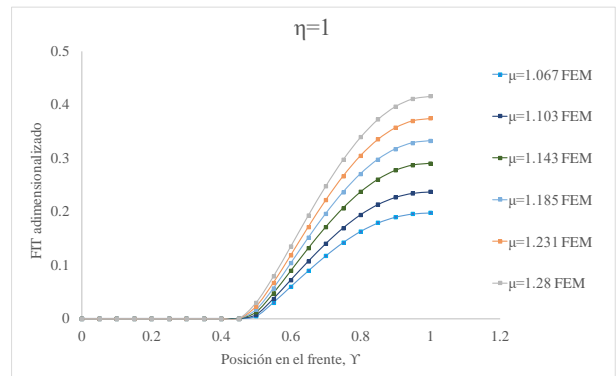


Figura 9. FIT en el frente para cada  $\mu$  cuando  $\eta=1$ .

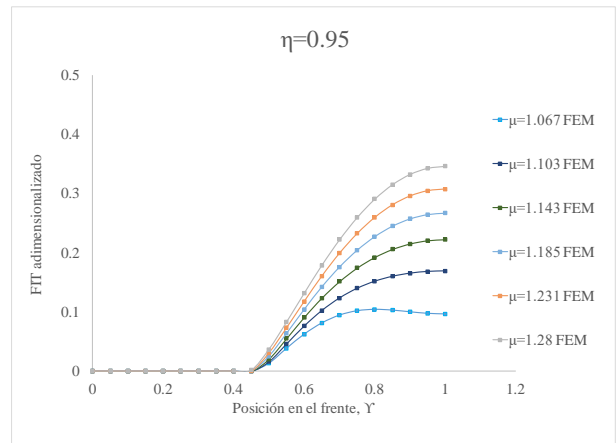


Figura 10. FIT en el frente para cada  $\mu$  cuando  $\eta=0.95$ .

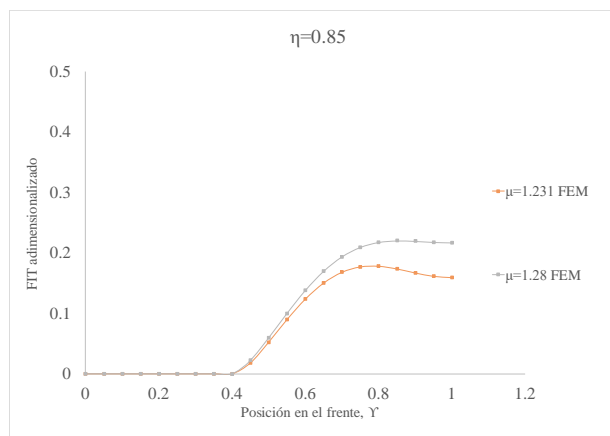


Figura 11. FIT en el frente para cada  $\mu$  cuando  $\eta=0.85$ .

A partir de los resultados obtenidos a partir del modelo numérico se pueden deducir una serie de conclusiones:

- El valor del FIT se incrementa según aumenta la profundidad de la fisura, relacionada de forma directamente proporcional con el parámetro  $\mu$ .
- El valor máximo del FIT se encuentra en la mayoría de los casos en  $\gamma=1$ . Para excentricidades grandes (valores menores de excentricidad relativa), el valor máximo del FIT se desplaza hacia posiciones relativas en el frente inferiores (hacia la izquierda en las gráficas).
- Los resultados del FIT son simétricos respecto a la posición  $\gamma=0$ . De esta forma, un punto con posición relativa en el frente de la fisura de  $\gamma$  tiene el mismo valor que en la posición  $-\gamma$ .
- El número de posiciones en el frente con FIT positivo aumenta a medida que aumenta el tamaño de la fisura.
- También el valor del FIT aumenta a medida que se incrementa la excentricidad relativa.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un modelo numérico 3D para el estudio del Factor de Intensidad de Tensiones en fisuras anulares incipientes contenidas en ejes sometidos a flexión. Se ha analizado la influencia en el FIT de las características de la fisura (tamaño y excentricidad) y se ha determinado el valor del mismo en distintas posiciones a lo largo del frente de la fisura como preámbulo para el estudio en ejes giratorios fisurados. Como era de esperar (y como ocurre en otras tipologías de fisuras) el FIT se incrementa a medida que crece la fisura. En relación con la posición excéntrica de la fisura, cuanto más excéntrica es la fisura, menor es el FIT. También se ha observado que el valor del FIT máximo se da en posiciones del frente que van cambiando con la excentricidad y que la apertura de la fisura aumenta a medida que se incrementa el tamaño de la fisura.

El modelo ha sido validado con resultados teóricos, alcanzándose una buena correlación de los mismos. Se ha

observado que la correlación es mejor en fisuras incipientes, aspecto de gran interés para la utilización del FIT en métodos de identificación de estas peligrosas fisuras.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la Universidad Carlos III de Madrid por las estancias de investigación y a la Comisión Europea a través del programa Erasmus+.

## IN MEMORIAM

Los autores quieren recordar con cariño al profesor Pepe Fernández y agradecerle el apoyo, incondicional y siempre generoso, a nuestras trayectorias investigadoras. Pepe siempre estaba ahí. DEP.

## REFERENCIAS

- [1] H. Hernández y E. Espejo. Mecánica de fractura y análisis de falla. Universidad Nacional de Colombia: Bogotá 2002.
- [2] N. Bachschmid *et al.*, Cracked Rotors: A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling and Diagnosis. Springer. Berlin, Germany 2010
- [3] C. Papadopoulos, A. Dimarogonas. Coupled longitudinal and bending vibrations of a rotating shaft with an open crack. Journal of Sound and Vibration (1987), 117, 81-93.
- [4] Fonte M. A., Freitas M. M., Semi-elliptical fatigue crack growth under rotating or reversed bending combined with steady torsion. Fatigue and fracture of Engineering Materials and Structures (1997) 20, 895-906.
- [5] J. Predan et al. Stress Intensity Factors for circumferential semi-elliptical surface cracks in a hollow cylinder subjected to pure torsion. Engineering Fracture Mechanics (2013) 105, 152-168.
- [6] C. S. Shin, C. Q. Cai. Experimental and Finite element analyses on Stress Intensity Factors of an elliptical surface crack in a circular shaft under tension and bending. International Journal of Fracture (2004) 129, 239-264.
- [7] P. Rubio *et al.* Determination of the stress intensity factor of an elliptical breathing crack in a rotating shaft. International Journal of Fatigue (2015) 77, 216-231.
- [8] C. Mattheck et al. Stress Intensity Factors of sickle shaped cracks in cylindrical bars. International Journal of Fatigue (1985) 7, 45-47.

- [9] A. Carpinteri, S. Vantadori. Sickle-shaped cracks in metallic round bars under cyclic eccentric axial loading. *International Journal of Fatigue* (2009) 31, 759- 765.
- [10] P. Rubio et al. Stress Intensity Factor and propagation of an open sickle shaped crack in a shaft under bending. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* (2018) 96, 688-698.
- [11] P. Rubio et al. A closed expression for the Stress Intensity Factor of concavefatigue cracks in rotating shafts. *Engineering Fracture Mechanics* (2019) 219.
- [12] Z. Li et al. An investigation on the circumferential surface crack growth in steel pipes subjected to fatigue bending. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* (2020) 105.
- [13] S. Wei, S. Karuppanan. Stress Intensity Factor for Cracks Emanating from a Shaft. *Journal of Applied Sciences* (2011) 11:1839-1844.
- [14] M. Y. Nikraves, M. MeidanSharafi. Failure of a steam turbine rotor due to circumferential crack growth influenced by temperature and steady torsion. *Engineering Failure Analysis* (2016) 66:296-311.
- [15] ABAQUS, Abaqus theory manual, version 6.11, in: Dassault Systems Inc (2011).
- [16] H. Tada, P. C. Paris, and G. R. Irwin. *The stress analysis of cracks handbook*, 2nd ed. St. Louis (Missouri): : Paris Production Incorporated (1985).