

# L'ACQUA



Verónica Herrera Gómez<sup>(a)</sup>, Giovanni Ravazzani<sup>(a)</sup>, Stefania Meucci<sup>(b)</sup>, Marco Mancini<sup>(a)\*</sup>

## LA MODELLAZIONE FISICA DELLA GALLERIA DI SCARICO DEL LAGO D'IDRO.

*Dissipazioni energetiche e sovralti in curva*

## PHYSICAL MODELING OF THE IDRO LAKE OUTLET TUNNEL.

*Energy Losses and Superelevation in a Bend Reach*

Le gallerie idrauliche con un ampio raggio di curvatura e sezione policentrica sono spesso impiegate negli scarichi di emergenza delle dighe. Queste strutture sono caratterizzate da elevate portate e da correnti veloci ( $F_r > 1$ ), che a loro volta generano il ben noto moto oscillatorio del pelo libero, dovuto alla formazione di onde stazionarie trasversali alla sezione idraulica. L'ampiezza di tale oscillazione può determinare, nelle sezioni interessate, un aumento del perimetro bagnato, con riduzione del raggio idraulico che può portare a un rapido passaggio dal funzionamento a pelo libero a quello in pressione, con conseguenti criticità come la riduzione o l'annullamento del franco idraulico, elevate depressioni sulla calotta della galleria e la formazione di un risalto tra le sezioni con moto in pressione e quella a pelo libero a monte. La quantificazione di questo fenomeno ai fini della progettazione idraulica della galleria, è ancora un aspetto poco approfondito anche rispetto alla sua rilevanza, poiché gli studi di letteratura si concentrano principalmente su canali aperti a sezioni rettangolari. Questo articolo si basa sulle osservazioni sperimentale ricavate dal modello fisico della galleria di scarico del Lago d'Idro e contribuisce ad ampliare le conoscenze sul moto in curva di una corrente veloce in sezione chiusa. L'obiettivo è fornire criteri di dimensionamento attraverso la determinazione di relazioni sperimentali adimensionali, basate sull'analisi dimensionale, per quantificare il sovralti del pelo libero in curva e la relativa perdita di carico concentrata indotta dal moto oscillatorio nel tratto curvilineo.

**Parole chiave:** Corrente veloce, Flusso in curva, Lago Idro, Modello fisico, Perdite di carico, Sovralti.

Hydraulic tunnels with a large radius of curvature and a horseshoe cross-section are often used in dam emergency outlets. These structures are characterized by high flow rates and supercritical flows ( $F_r > 1$ ), which in turn generate the well-known oscillatory motion of the free surface, due to the formation of waves transverse to the hydraulic section. The amplitude of this oscillation can determine, in the sections involved, an increase in the wetted perimeter, causing a sudden reduction of the hydraulic radius. This phenomenon can lead to a rapid transition from free surface to pressure flow, with consequent criticalities such as the reduction of the hydraulic free bord, high depressions on the tunnel shell and the formation of a hydraulic jump between the sections with pressure and free surface flow. The quantification of this process in closed sections, for the purposes of hydraulic design of the tunnel, is still a little explored aspect, since literature studies mainly focus on open channels with rectangular cross-sections. This paper is based on experimental observations obtained from the physical model of the Idro Lake outlet tunnel and contributes to extending the existing knowledge on flow dynamics in curved tunnels with these characteristics. The aim is to provide designing criteria through the determination of dimensionless experimental relations, based on the dimensional analysis, to quantify the superelevation in the curve and the relative energy loss induced by the oscillatory motion in the curvilinear section.

**Keywords:** Supercritical Flow, Curved Flow, Lake Idro, Physical Model, Energy Losses, Superelevation.

<sup>(a)</sup>Politecnico di Milano, Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale; <sup>(b)</sup>Modellistica e Monitoraggio Idrologico S.r.l.

\*Piazza Leonardo da Vinci, 32, 20133 Milano, marco.mancini@polimi.it



## 1. INTRODUZIONE

Nella progettazione delle gallerie idrauliche, l'inserimento di curve nel tracciato è spesso necessario per soddisfare diversi requisiti progettuali, come il disallineamento tra lo scarico della diga e il corpo ricettore, la presenza di vincoli geologici e geotecnici, o la limitata copertura del terreno.

Come noto, il comportamento delle correnti in curva è particolarmente complesso, soprattutto in presenza di correnti veloci, che amplificano gli effetti della forza centrifuga rispetto alla forza peso, producendo un'inclinazione della superficie idrica rispetto all'orizzontale, rendendo difficile la quantificazione del comportamento idraulico (Chow, 1959; Ghetti, 1996).

Nei canali a pelo libero, le correnti in curva presentano un moto elicoidale dovuto alla combinazione del moto principale lungo la direzione longitudinale e di un moto secondario nella sezione trasversale, entrambi governati dall'equilibrio tra forza peso e forza centrifuga. In condizioni di corrente veloce, l'incremento della forza centrifuga genera una serie di oscillazioni stazionarie alternate del pelo libero tra il lato interno ed esterno della curva, note come *shockwaves*. La differenza tra le ampiezze massime e minime di queste oscillazioni determina il sovralzato della superficie libera (*superelevation*) (Chow, 1959).

Le *shockwaves* provocano inoltre perdite di energia, che possono essere considerate come perdite di carico concentrate lungo la direzione longitudinale del canale nel tratto curvilineo. Queste, insieme al sovralzato in curva, influenzano il franco di sicurezza nelle sezioni aperte e, nelle sezioni chiuse, possono causare un rapido passaggio da moto a pelo libero a moto in pressione (Fig. A pag. 120), noto con il termine inglese *clogging*.

Il comportamento della corrente veloce in curva è stato ampiamente studiato nei canali aperti rettangolari (Ippen e Knapp, 1936; Woodward e Posey, 1941; Shukry, 1950; Poggi, 1956; Reinauer e Hager, 1997), mentre gli studi sulle sezioni chiuse sono meno diffusi (U.S. Army Corps of Engineers, 1972; Gisonni e Hager, 1999; Kolarevic et al., 2015) e ancora più rari risultano gli studi sulle correnti in curva all'interno di gallerie idrauliche (Slisskii e Kalandarov, 1987; Wang et al., 2013).

I primi esperimenti sulla corrente veloce in un canale curvo rettangolare furono condotti da Ippen e Knapp nel 1936. Gli autori osservarono variazioni di pressione lungo la curva, con effetti che si propagavano anche nei tratti rettilinei a valle. Inoltre, suggerirono che il sovralzato del pelo libero fosse amplificato da un fattore compreso tra 1,6 e 2,2 rispetto alle condizioni di corrente lenta.

Nel 1972, lo U.S. Army Corps of Engineers pubblicò un rapporto sull'analisi del sovralzato in un canale trapezoidale curvo e sul comportamento del tirante idraulico in una condotta circolare curva. Successivamente, Reinauer e Hager (1997) condussero uno studio sperimentale e teorico su canali rettangolari con tre differenti geometrie di curva, proponendo relazioni per determinare le altezze massime delle onde e la loro posizione. Le loro analisi si basavano sul concetto di numero di curvatura, definito come la radice quadrata della curvatura relativa moltiplicata per il numero di Froude in ingresso.

Gisonni e Hager (1999) studiarono il flusso in condotte circolari a pelo libero con un angolo di deviazione di 45°, fornendo espressioni per determinare le massime ampiezze d'onde e la portata d'aria nelle condotte. Inoltre, introdussero il concetto di *choking number*, legato alla condizione di *choking*, ovvero il riempimento della sezione idraulica con la transizione improvvisa dalla corrente a pelo libero a quella in pressione.

Altri studi si sono concentrati sulle curve nei condotti di drenaggio urbano, in particolare nelle strutture di pozzetti. Del Giudice et al. (2000) analizzarono i profili della superficie, lo sviluppo delle onde e la distribuzione delle velocità in una sezione a forma di "U". Beltrami et al. (2007) suggerirono l'uso di deflettori cilindrici posizionati a monte della curva per ridurre l'ampiezza massima delle onde in flussi curvilinei con corrente veloce, ottenendo un'efficacia compresa tra il 30% e l'80%.

Slisskii e Kalandarov (1987) svilupparono un modello analitico per le curve in galleria per stimare la superficie libera, la pressione e le velocità in sezioni circolari, evidenziando discrepanze rispetto ai dati sperimentali. Successivamente, Wang et al. (2013) analizzarono sperimentalmente il flusso in una curva con sezione a "D" per numeri di Froude elevati (4-7), osservando un innalzamento della superficie sul

lato esterno e un abbassamento su quello interno. Inoltre, notarono l'adesione del flusso alla parete esterna, con un effetto di frangimento e la formazione di creste alternate nella sezione rettilinea a valle. Questo studio ha lo scopo di migliorare la comprensione del flusso in un tratto curvilineo in condizioni di corrente veloce attraverso l'analisi dei dati sperimentali del modello fisico della galleria di scarico del lago d'Idro. Il modello, caratterizzato da una pendenza del fondo dello 0,85%, un ampio raggio di curvatura (10,3 m) e una sezione policentrica, è stato utilizzato per studiare anche i fenomeni di perdita di carico concentrata e il relativo sovrizzo del pelo libero indotti dalla curva. La metodologia di analisi si basa su equazioni teoriche e su un'analisi dimensionale. I risultati ottenuti forniscono nuove informazioni sul comportamento delle correnti veloci in gallerie con ampio raggio di curvatura, aspetto finora poco studiato ma di grande interesse ingegneristico.

## 2. METODOLOGIA

### 2.1 Setup sperimentale

Gli esperimenti sono stati condotti presso il Laboratorio di Idraulica Fantoli del Politecnico di Milano sul modello fisico della galleria di scarico del lago d'Idro. Il modello, realizzato in scala geometrica di 1:30 in similitudine di Froude, è stato costruito seguendo fedelmente il progetto del prototipo, che comprendeva la presa da lago sotto battente, la camera delle paratoie, l'aeroforo, il tratto convergente a pelo libero tra le paratoie e la galleria a sezione policentrica. Quest'ultima si sviluppava con due curve e due tratti rettilinei fino all'immissione nel F. Chiese. La struttura, interamente in plexiglass, presentava una sezione trasversale policentrica e una pendenza del fondo pari a 0,85%. Le Figure 1 e 2 mostrano la configurazione e alcune fotografie del modello di laboratorio.

Questo studio si concentra sulle misure relative alla curva di valle del modello, caratterizzata da un angolo di deviazione di  $32^\circ$  e da un raggio di curvatura ( $r_c$ ) pari a 10,3 m (Fig. 1). Tale curva è sufficientemente distante (16.5 m) dalla curva di monte, da non risentire delle sue perturbazioni. La curva di monte non è stata oggetto di analisi in quanto influenzata dalle turbolenze generate dalle paratoie e dal tratto convergente, che causavano fluttuazioni nella velocità e profondità della corrente.

Le prove sono state eseguite in condizioni di corrente veloce (Tab. I) per diversi valori di portata ( $Q$ ), e gradi di apertura delle paratoie. Il livello idrico è stato misurato in 16 sezioni della galleria dove sono state realizzate delle prese piezometriche, distribuiti a monte e lungo la curva: i primi sei nel tratto rettilineo e i successivi con intervalli di  $3^\circ$  lungo il tratto curvilineo (Fig. 1). Le caratteristiche idrauliche della corrente nella sezione policentrica sono state determinate mediante le equazioni proposte da Liu et al. 2010a, 2010b.

La portata è stata misurata con un misuratore elettromagnetico (PROMAG 30F ENDRESS+HAUSER, precisione  $\pm 0,01\%$  - 10 m/s) installato lungo la tubazione di alimentazione del serbatoio. Il livello idrico nella galleria è stato rilevato sui lati interno ed esterno della curva utilizzando piezometri e un'asta di misurazione appositamente adattata alla geometria della galleria che garantiva una precisione di  $\pm 1$  mm.

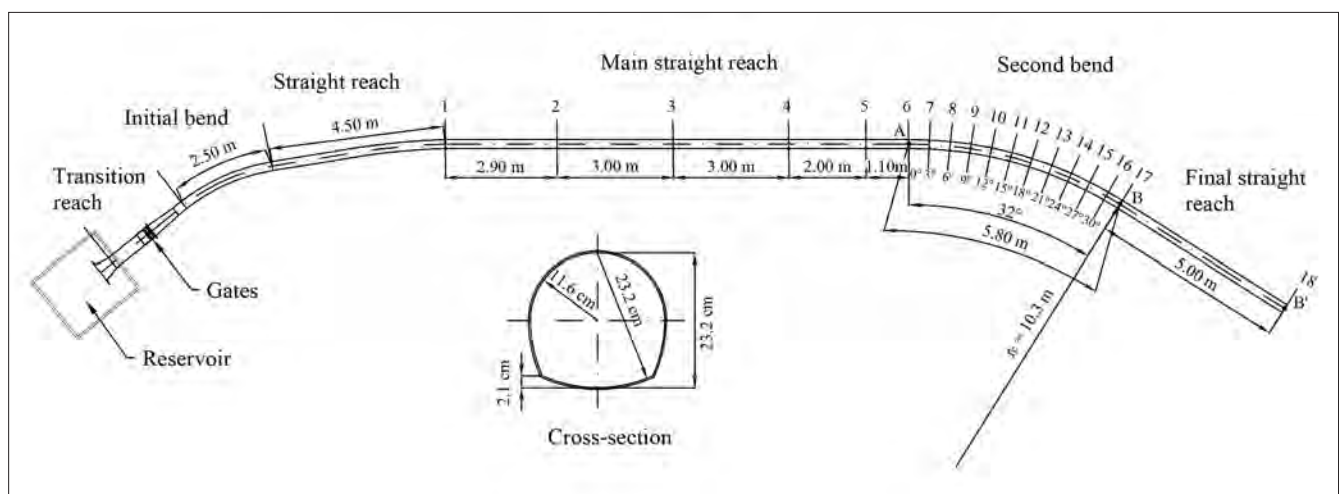


Figura 1 - Configurazione del modello: planimetria della galleria e sezione trasversale.

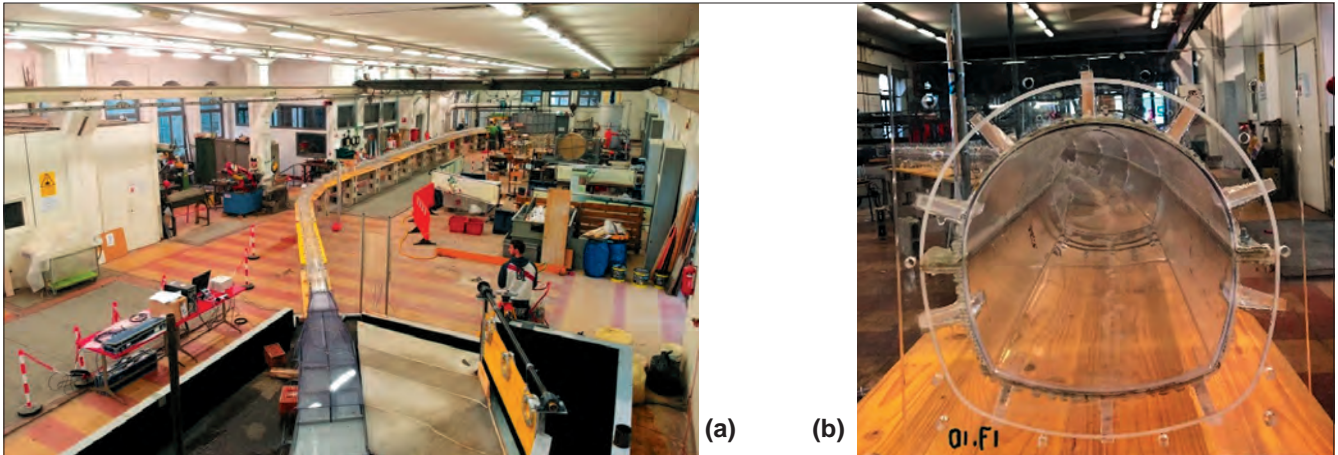


Figura 2 - Fotografie dell'allestimento sperimentale: (a) vista generale e (b) sezione trasversale.

TABELLA I - Condizioni sperimentali.  $Q$  = portata transitante,  $Fr$  = numero di Froude,  $Re$  = numero di Reynolds,  $V$  = velocità media della corrente,  $d_h$  = tirante idraulico,  $t$  = larghezza bagnata,  $y_n$  = altezza di moto uniforme,  $y_c$  = altezza di stato critico

Test	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$Fr$ (-)	$Re$ (-)	$V$ (m/s)	$d_h$ (m)	$t$ (m)	$y_n$ (m)	$y_c$ (m)
1	0.067	1.61	138251	2.00	0.156	0.214	0.161	0.201
2	0.058	1.71	128505	1.94	0.131	0.226	0.143	0.189
3	0.045	1.80	111867	1.84	0.106	0.232	0.121	0.168
4	0.040	1.84	104353	1.79	0.096	0.232	0.112	0.158
5	0.030	1.87	85911	1.64	0.079	0.230	0.093	0.133
6	0.027	1.91	79748	1.61	0.072	0.228	0.086	0.124
7	0.022	1.95	71156	1.54	0.064	0.225	0.078	0.113
8	0.020	1.97	64637	1.49	0.059	0.223	0.071	0.104
9	0.009	1.99	35116	1.17	0.035	0.209	0.045	0.065

## 2.2 Coefficiente di perdita in curva

Le perdite di energia nel tratto curvilineo della galleria sono state valutate considerando due sezioni di riferimento: la Sezione\_6 (punto A, Fig. 1) a monte e la Sezione\_18 (punto B', Fig. 1) a valle della curva. La perdita di energia totale ( $\Delta E$ ) è stata determinata applicando l'equazione dell'energia (Eq. 1) tra queste due sezioni, utilizzando le misure sperimentali per determinare i termini in essa presenti. Il tirante idrico è stato determinato in funzione delle misure del pelo libero mentre l'altezza cinetica è stata calcolata tramite l'equazione di continuità, dove l'area bagnata della sezione è stata stimata attraverso le relazioni empiriche di Liu et al. (2010b).

$$\frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_a^2}{2g} + z_a = \frac{P_b}{\rho g} + \frac{V_b^2}{2g} + z_b + \Delta E \quad (1)$$

dove  $P/\rho g$ ,  $V^2/2g$  e  $z$  rappresentano rispettivamente l'altezza piezometrica, l'altezza cinetica e l'altezza geometrica rispetto al piano di calpestio del laboratorio nelle sezioni  $a$  e  $b$ , mentre  $\Delta E$  indica la perdita di energia totale tra le due sezioni.

Data la lunghezza della curva della galleria, la perdita di energia totale ( $\Delta E$ ) è costituita dalla somma delle perdite per attrito ( $\Delta E_f$ ) e delle perdite locali ( $\Delta E_l$ ). Per condizioni di corrente a pelo libero, la perdita per attrito può essere stimata utilizzando l'equazione di Chézy-Manning, mentre la perdita locale è generalmente determinata attraverso il coefficiente di perdita in curva ( $f_c$ ).

A partire dai valori sperimentali di  $\Delta E$  e  $\Delta E_f$ , la perdita locale ( $\Delta E_l$ ) è stata calcolata mediante l'equazione 2, mentre il coefficiente  $f_c$  è stato determinato applicando l'equazione 3.

$$\Delta E = \Delta E_f + \Delta E_l \quad (2)$$

$$f_c = \frac{\Delta E_l}{\frac{V^2}{2g}} \quad (3)$$

dove  $f_c$  è il coefficiente di perdita di curvatura,  $\Delta E_l$  rappresenta la perdita localizzata dovuta alla curva e  $V$  è la velocità media della corrente.

### 2.3 Sovralzo del pelo libero nel tratto curvilineo

Il sovrалzo in curva come noto dalla letteratura (Ghetti, 1996) per sezioni rettangolari in correnti veloci è esprimibile come rapporto tra la forza centrifuga e la forza peso moltiplicato per un coefficiente sperimentale pari a 2:

$$\Delta y = 2 \frac{V^2 t}{g r_c} \quad (4)$$

Data la complessità del fenomeno e la poca informazione sulle sezioni trasversali policentriche, è stata implementata un'analisi dimensionale per valutare il sovrалzo del pelo libero utilizzando il teorema di Buckingham. Considerando le caratteristiche della corrente, le variabili che influenzano il sovrалzo nella sezione trasversale possono essere espresse come:

$$\Delta y = \varphi(\rho, \nu, g, V, r_c, d_h, t, k_s, s_o, \zeta) \quad (5)$$

dove  $\Delta y$  indica il sovrалzo del pelo libero e  $\varphi$  è la funzione derivata dal teorema di Buckingham,  $\rho$  è la densità del fluido,  $\nu$  è la viscosità cinematica,  $g$  è la accelerazione di gravità,  $V$  è la velocità media,  $r_c$  è il raggio di curvatura centrale,  $d_h$  è il tirante idraulico,  $t$  è la larghezza del pelo libero,  $k_s$  è il coefficiente di scabrezza,  $s_o$  è la pendenza di fondo e  $\zeta$  è l'angolo di deflessione.

Poiché in questo studio  $k_s$ ,  $s_o$  e  $\zeta$  sono costanti lungo il tratto analizzato, essi sono stati esclusi dall'analisi dimensionale.

Le variabili indipendenti scelte sono  $\rho$ ,  $d_h$ ,  $V$  e quindi i raggruppamenti adimensionali sono:

$$\Pi_1 = \frac{\Delta y}{d_h} \quad (6)$$

$$\Pi_2 = \frac{\nu}{d_h V} \quad (7)$$

$$\Pi_3 = \frac{g d_h}{V^2} \quad (8)$$

$$\Pi_4 = \frac{r_c}{d_h} \quad (9)$$

$$\Pi_5 = \frac{t}{d_h} \quad (10)$$

Riorganizzando i termini ottenuti dall'analisi dimensionale, si ricava la seguente relazione:

$$\frac{\Delta y}{t} = \varphi\left(R_e, \frac{V^2}{g r_c}, \frac{r_c}{d_h}, \frac{t}{d_h}\right) \quad (11)$$

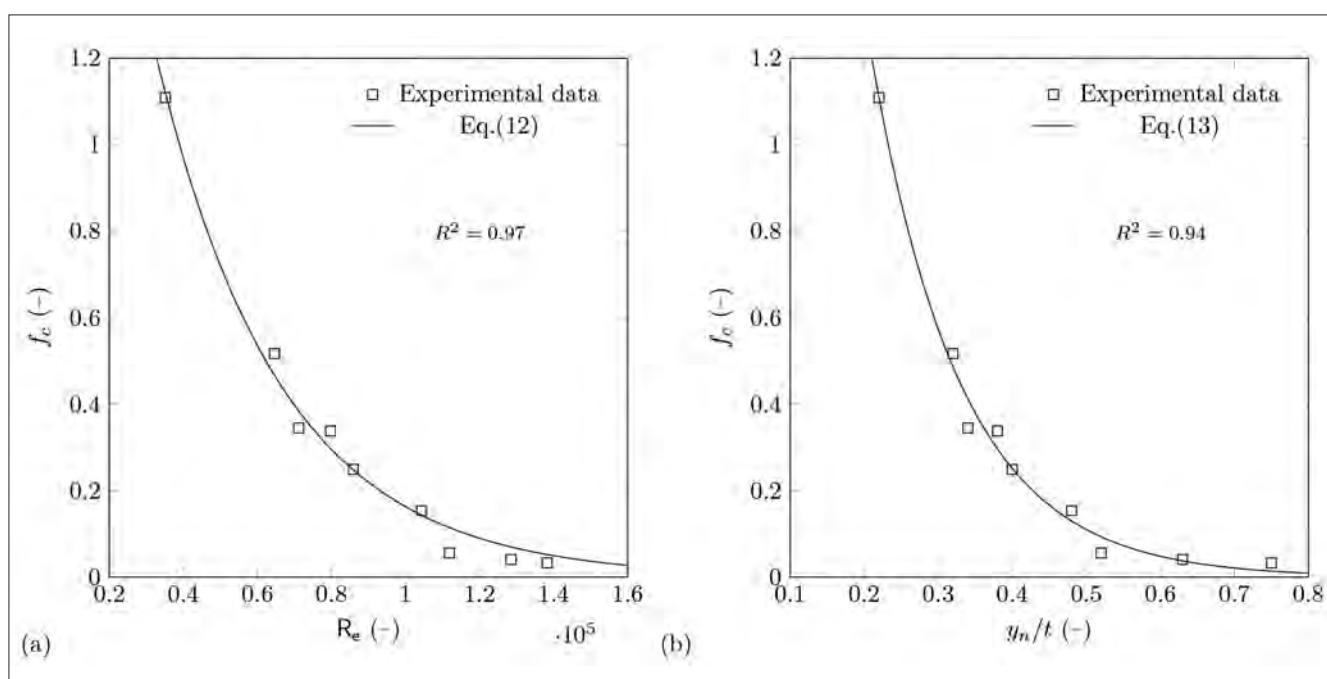
Il valore sperimentale del sovrалzo ( $\Delta y$ ) è stato misurato come la differenza massima della profondità dell'acqua tra il lato interno e quello esterno lungo la curva.



### 3. RISULTATI

I risultati si concentrano sulla stima del coefficiente della perdita di carico localizzata,  $f_c$ , e del sovrzalzo del pelo libero nella sezione trasversale  $\Delta y$ .

Il coefficiente di perdita in curva  $f_c$  è stato calcolato, per diverse condizioni di portata nel modello fisico della galleria, a partire dai dati sperimentali tramite il bilancio energetico, come descritto nei paragrafi precedenti. I risultati mostrano che  $f_c$  varia tra 0.03 e 1.11, come illustrato in *Figura 3*. La figura evidenzia una riduzione non lineare del coefficiente  $f_c$  all'aumentare il numero di Reynolds ( $Re$ ). Questo andamento suggerisce che le perdite di carico localizzata dovute al tratto curvilineo sono più rilevanti per bassi valori di  $Re$ , mentre per  $Re > 1 \times 10^5$ , il coefficiente  $f_c$  tende asintoticamente verso i valori più bassi.



**Figura 3 - Perdite di energia dovute alla curvatura della galleria: (a)  $f_c$  vs  $Re$  (b)  $f_c$  vs  $y_n/t$ .**

L'equazione di regressione ottenuta dai dati sperimentali risulta:

$$f_c = 4.896e^{-0.00004 Re} \quad (12)$$

Poiché  $f_c$  dipende anche dalla geometria della sezione trasversale, e considerando che questo studio si focalizza su una configurazione specifica, la *Figura 3b* analizza la correlazione tra  $f_c$  e il parametro  $y_n/t$ , dove  $y_n$  rappresenta l'altezza di moto uniforme. L'analisi mostra che questi due parametri seguono una relazione non lineare, descritta dall'equazione:

$$f_c = 4.305e^{-7.059 y_n/t} \quad (13)$$

Il coefficiente di perdita localizzata,  $f_c$ , e non la perdita energetica totale, diminuisce all'aumentare della portata e, quindi, della velocità, perché si osserva una riduzione dell'ampiezza dell'oscillazioni rispetto al tirante idrico normale,  $y_n$ . Questo effetto è dovuto al fatto che l'incremento di portata nella galleria comporta anche l'aumento del tirante idraulico, e quindi della forza peso, rispetto alla forza centrifuga.

Tale comportamento è evidenziato in *Figura 4*, che mostra l'ampiezza delle oscillazioni nel tratto curvilineo per diversi valori di portata e i corrispondenti numeri di Froude (*Tab. I*). In particolare, il sovrzalzo del pelo libero  $\Delta y$  rispetto al tirante idrico  $y_n$ , diminuisce all'aumentare della portata in galleria (*Fig. 5*), in quanto l'aumento di portata determina un aumento di tirante idrico, e quindi di forza peso nella sezione trasversale che bilancia la forza centrifuga attenuando il fenomeno oscillatorio (*Fig. 4*).

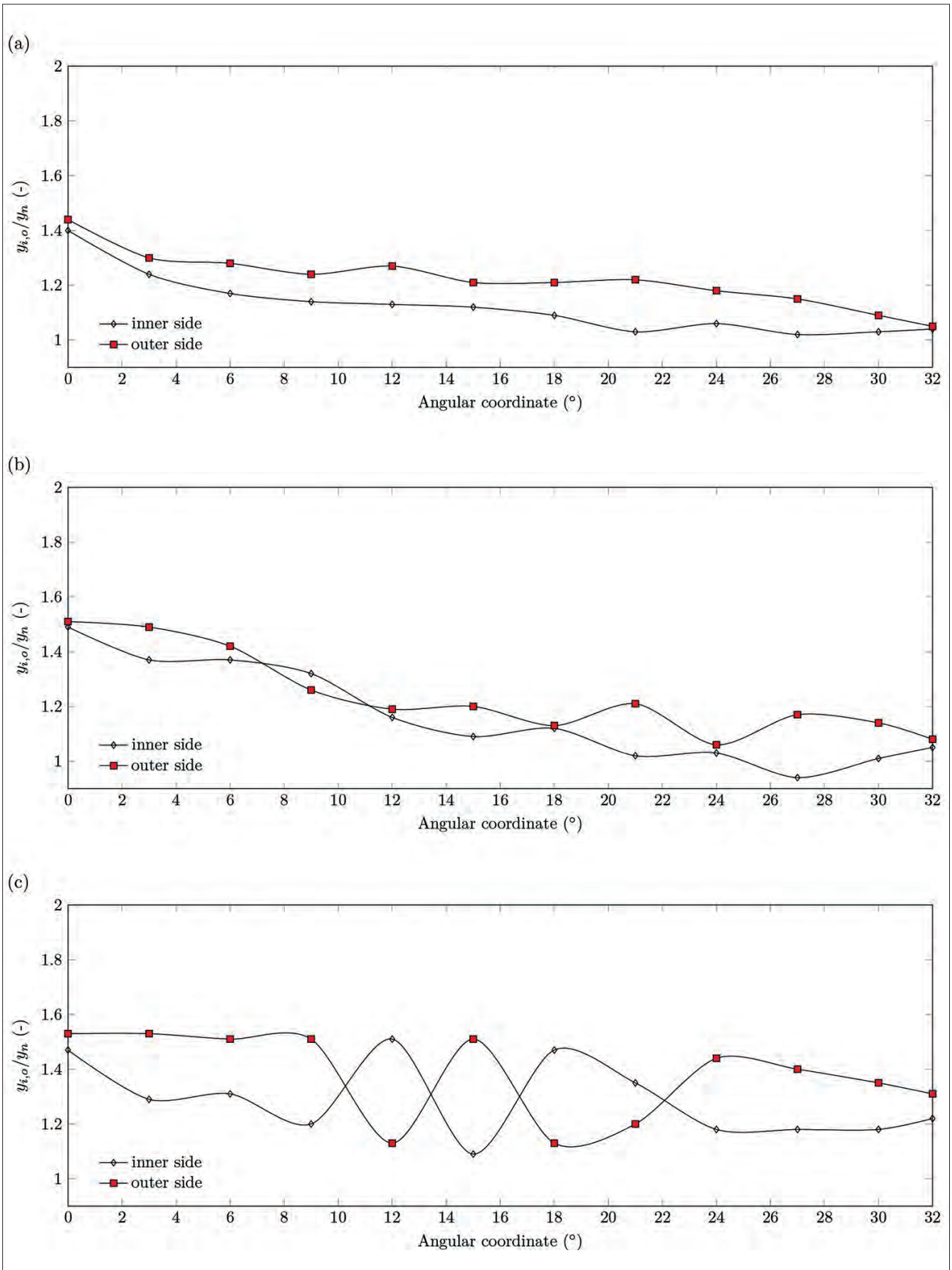


Figura 4 - Profili del pelo libero rispetto al tirante normale ( $y_{i,o}/y_n$ ) lungo il lato interno ed esterno della curva. (a)  $Q = 0.067 \text{ m}^3/\text{s}$  ( $Fr = 1,61$ ), (b)  $Q = 0.045 \text{ m}^3/\text{s}$  ( $F = 1,80$ ), (c)  $Q = 0.009 \text{ m}^3/\text{s}$  ( $F = 1,99$ ).

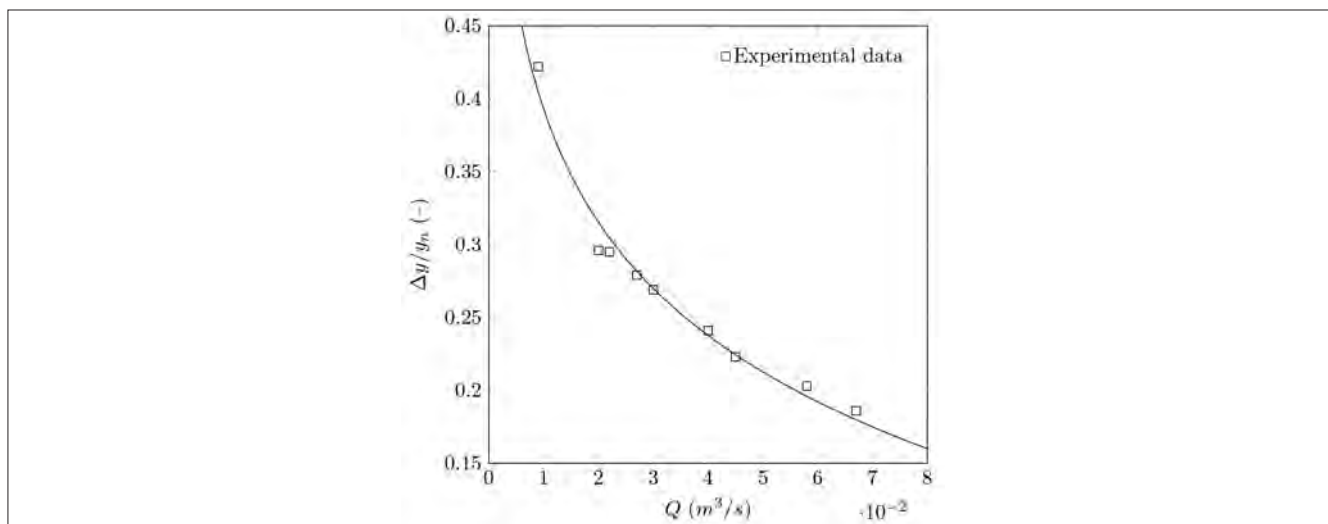


Figura 5 - Grafico  $\Delta y/y_n$  vs.  $Q$ .

Il sovralzso del pelo libero nella sezione trasversale in curva e il suo rapporto rispetto alla larghezza del pelo libero,  $\Delta y/t$ , sono stati poi espressi rispetto ai raggruppamenti dell'analisi dimensionale (Fig. 6) che mostrano che:  $\Delta y/t$ , aumenta quasi linearmente all'aumentare di  $Re$  e del parametro,  $V^2/gr_c$ , mentre diminuisce al diminuire di  $r_c/d_h$  e  $t/d_h$ .

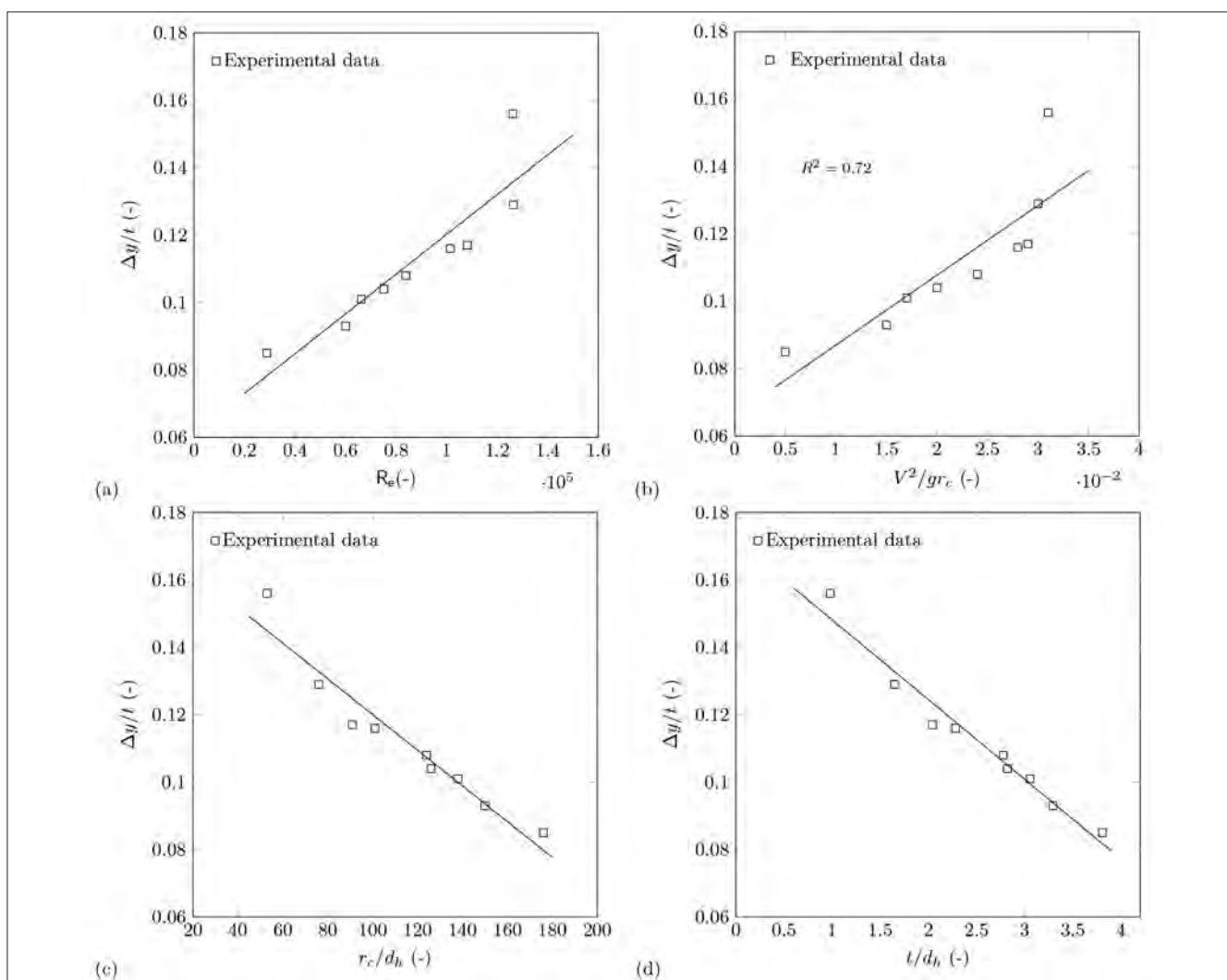


Figura 6 - Analisi dimensionali del sovralzso del pelo libero (a)  $\Delta y/t$  vs  $Re$ ; (b)  $\Delta y/t$  vs  $V^2/gr_c$ , (c)  $\Delta y/t$  vs  $r_c/d_h$ , (d)  $\Delta y/t$  vs  $t/d_h$ .

L'equazione di regressione che meglio descrive i dati sperimentali è la seguente:

$$\frac{\Delta y}{t} = 2.042 \frac{V^2}{gr_c} + 0.0668 \quad (14)$$

#### 4. CONCLUSIONI

Lo studio calcola il coefficiente di perdita di energia localizzata ed il sovrizzo del pelo libero nella sezione trasversale in un tratto curvilineo di una galleria con un ampio raggio di curvatura e una sezione policentrica. Le equazioni proposte per determinare il coefficiente della perdita localizzata nel tratto in curva e il sovrizzo si basano su equazioni teoriche, analisi dimensionale e dati sperimentali ricavati dal modello fisico in laboratorio. I risultati proposti in forma adimensionale permettono una maggiore quantificazione del fenomeno ed una possibile ricaduta operativa a supporto della progettazione.

#### RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano ITINERA spa per il supporto finanziario alla costruzione del modello ed in particolare gli Ing. Castelletti e Deamicis per le continue discussioni operative sul funzionamento dell'opera. Si esprime inoltre gratitudine all'ing. Curti e lo staff del Laboratorio Fantoli di Idraulica e Costruzioni Idrauliche del Politecnico di Milano per l'assistenza nelle misure.

Un sentito ringraziamento va anche al progetto AGRITECH, che ha finanziato l'assegno di ricerca di uno degli autori, riconoscendo l'importanza della galleria nello studio come infrastruttura strategica per la gestione del lago d'Idro, anche a fini irrigui.

#### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Beltrami M., Del Guzzo A., Repetto R.,** 2007. *A simple method to regularize supercritical flow profiles in bends*. Journal of Hydraulic Research, 45 (6), 773-786.
- Chow V. T.,** 1959. *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill.
- Del Giudice G., Gisonni C., Hager W.,** 2000. *Supercritical flow in bend manhole*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 126 (1), 48-56.
- Ghetti, A.,** 1996. *Idraulica*. Cortina
- Gisonni C., Hager W.,** 1999. *Studying flow at tunnel bends*. International Journal of Hydropower and Dams, 6 (2), 76-79.
- Ippen A., Knapp R.,** 1936. *A study of high-velocity flow in curved channels of rectangular cross-section*. Transaction, American Geophysical Union, 17, 516-521.
- Kolarevic M., Savic L., Kapor R., Mladenovic N.,** 2015. *Supercritical flow in circular conduit bends*. Journal of Hydraulic Research, 53 (1), 93-100.
- Liu J., Wang Z., Fang X.,** 2010a. *Formulas for computing geometry and critical depth of general horseshoe tunnels*. Transactions of the ASABE, 53(4), 1159-1164.
- Liu J., Wang Z., Fang X.,** 2010b. *Iterative formulas and estimation formulas for computing normal depth of horseshoe cross-section tunnel*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 136(11), 786-790.
- Poggi B.,** 1956. *Correnti veloci nei canali in curva*. L'Energia Elettrica, 33 (5), 465-480.
- Reinauer R., Hager W.,** 1997. *Supercritical bend flow*. Journal of Hydraulic Engineering, 123 (3), 208-218.
- Shukry A.,** 1950. *Flow around bends in an open flume*. Transactions, American Society of Civil Engineers, 115, 751-788.
- Slisskii S. M., Kalandarov I. A.,** 1987. *Calculation of the position of the free water surface on a bend of a free flow tunnel*. Hydrotechnical Construction, 21, 460-465.
- U.S. Army Corps of Engineers,** 1972. *Supercritical flow in curved channels* (Report No. 1-109).
- Wang B., Wu P., Cheng Y.L., Wu C., Zhou Q.,** 2013. *Water surface profiles in a tunnel bend with high velocity* [Paper presentation]. 35<sup>th</sup> IAHR World Congress.
- Woodward S., Posey, C.,** 1941. *Hydraulics of steady flow in open channels*. J. Wiley and Sons, inc.

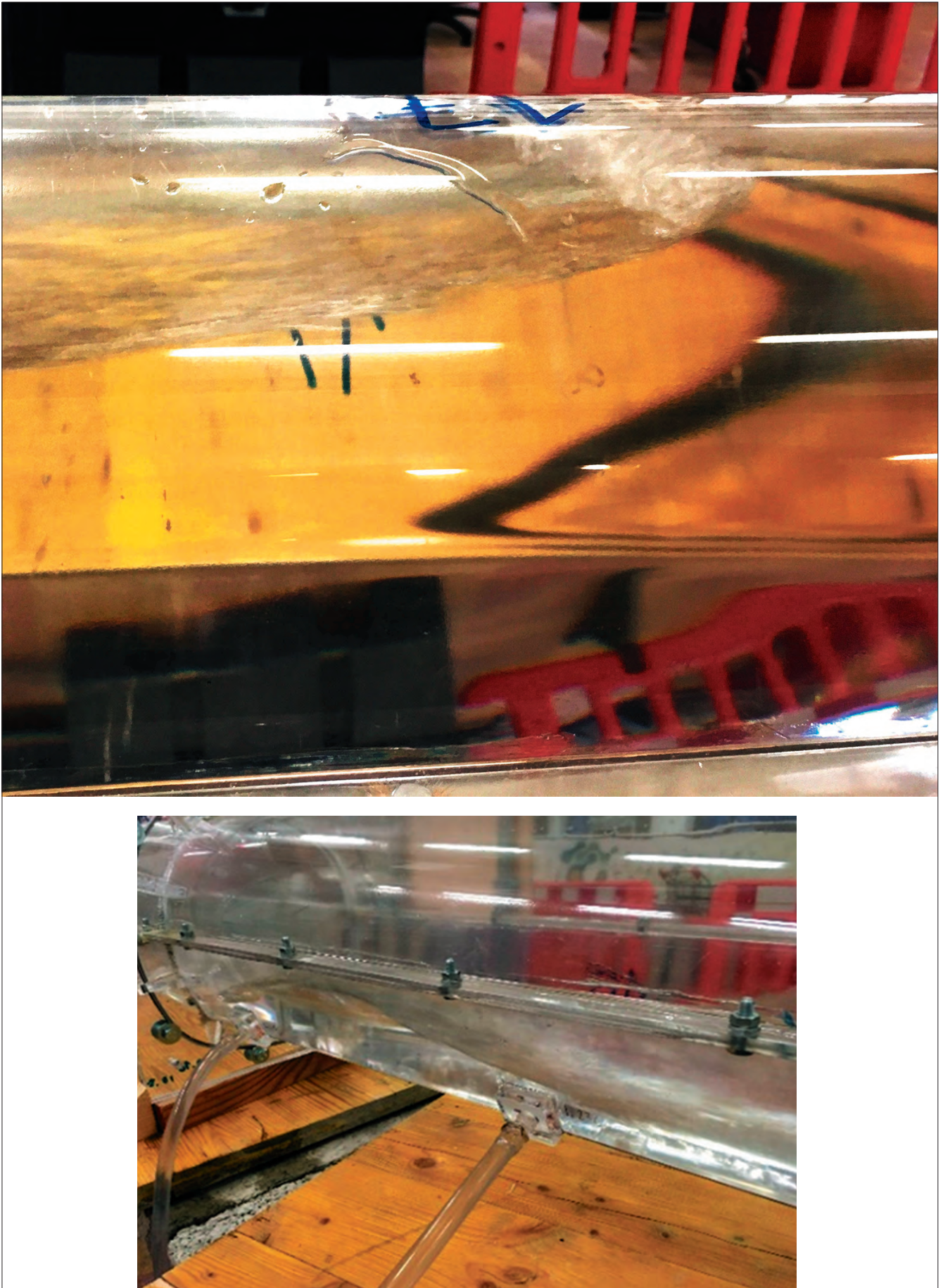


Figura A