

Misure di determinazione magnetica e posizionamento astronomico: orientamento geodetico alla stella polare

LUIGI FREGONESE (*)

L'esecuzione di tali misure ricade nell'ambito della disciplina della astronomia geodetica di posizione che nel tempo ha visto assottigliarsi il suo ruolo e la sua importanza man mano che la scienza e la tecnologia hanno fornito sistemi più agevoli di misurazione.

Tuttavia il significato di questo articolo trova riscontro in applicazioni di determinazione degli orientamenti per la verifica e la taratura di strumentazioni di bordo installate su velivoli quali elicotteri o aerei di piccole dimensioni. L'approfondimento, reso attuale dalla necessità reale, comporta la taratura di aree o piazzuole in cui si determinano, in epoche prestabilite, la direzione del Nord Magnetico e la direzione del Nord Geografico.

1 – MISURE DI DETERMINAZIONE DEL NORD MAGNETICO

L'operazione di orientamento al Nord Magnetico (Nm) deve essere realizzata mediante l'impiego di un teodolite apposito e, per alcune parti, mediante una stazione totale (meglio se motorizzata) per il trasporto dell'azimut magnetico e per la determinazione di coordinate di punti.

La strumentazione utilizzata nella applicazione di cui si scrive è costituita dal teodolite Wild T0 (*Fig. 1*), che si presenta come un normale teodolite, quindi dotato di tutti quei dispositivi per una corretta lettura degli angoli, direzioni zenitali e direzioni azimutali, ma con il cerchio orizzontale graduato libero di orientarsi verso il Nord magnetico perché con lo zero della gradazione magnetizzato. Dopo le normali operazioni di messa in stazione dello strumento il cerchio graduato orizzontale viene sbloccato mediante un dispositivo e lasciato libero di orientarsi; dopo alcuni istanti, raggiunta la posizione di quiete, si possono effettuare le misure di direzione azimutale con origine delle letture posta nella direzione del Nord magnetico. Questo strumento permette la determinazione della direzione del Nm con un e.q.m. teorico dell'ordine di 5'.

Ovviamente, le misure e quindi l'impiego dello strumento, forniscono dei valori corretti con quella incertezza solamente se la zona interessata dal rilievo non è influenzata da campi magnetici naturali o artificiali di tipo locale.

(*) DIAR, Politecnico di Milano, Sezione Rilevamento.



Fig. 1 – Teodolite Magnetico Wild T0.

Al fine di verificare la presenza di anomalie magnetiche e quindi fornire dati attendibili occorre adottare la procedura descritta successivamente.

1.1 – OPERAZIONI DI MISURA MAGNETICHE

Per verificare l'attendibilità dei dati si deve effettuare una verifica del campo magnetico intorno alla zona di interesse per punti, valutando le misure di azimuth magnetico in andata e in ritorno da ciascun punto osservato. La procedura adottata è perciò quella di fare più stazioni e verificare, a coppie, la costanza d'azimut.

Nel caso analizzato dalla ricerca, definita come 1000 la stazione che individua il centro della piazzuola di taratura, in cui è posta una piattaforma girevole (Fig. 2) si è materializzata una rete di 5 punti disposti a stella rispetto al centro e su ciascuno sono state effettuate stazioni d'azimut magnetico.

La stazione 2000 è il riferimento permanente per gli orientamenti costituito da una targa di identificazione posta su un manufatto considerato stabile nel tempo. È opportuno materializzare un riferimento permanente che fornisca l'azimut astronomico invariante rispetto a quello magnetico.

I rimanenti vertici dal 3000 al 7000 sono posti a raggiera ad una distanza significativa dal centro della piazzuola che varia da 50 a 100 m.

Generalmente, in zone non anomale e prive di disturbi magnetici, gli azimuth magnetici di due punti appartenenti al medesimo segmento differiscono di 200^g, a meno delle incertezze di misura proprie dello strumento e della convergenza del meridiano magnetico, trascurabile nei casi in questione. In questo modo si definisce il «campo magnetico principale», inteso come il campo generato all'interno della Terra, nel nucleo, responsabile della variazione secolare. Se ciò non succede le cause sono dovute alla presenza di disturbi non apparenti che generano anomalie magnetiche crostali.

In definitiva le osservazioni realizzate sono 6 dalla stazione 1000 (Fig. 3), e 5 per ciascuna stazione successiva (ad esclusione della mira di riferimento in cui il teodolite Wild T0 non fa stazione): complessivamente si sono realizzate 15 coppie di valore d'azimut reciproco (misure in andata e in ritorno).

Nella Tab. 1 compaiono le medie coniugate delle misure in andata e le medie coniugate delle misure in ritorno; dalla analisi della tabella di confronto si vede che tra 15 coppie di valori d'azimut misurate 10 risultano entro le tolleranze strumentali (5' o 0.09gon) ad indicare un campo magnetico locale normale, mentre cinque relative alla mira 7000 risultano con variazioni anomale medie pari a - 0.64^g. Le variazioni anomale si determinano sottraendo alla colonna di confronto fra andata e ritorno il valore 200gon.

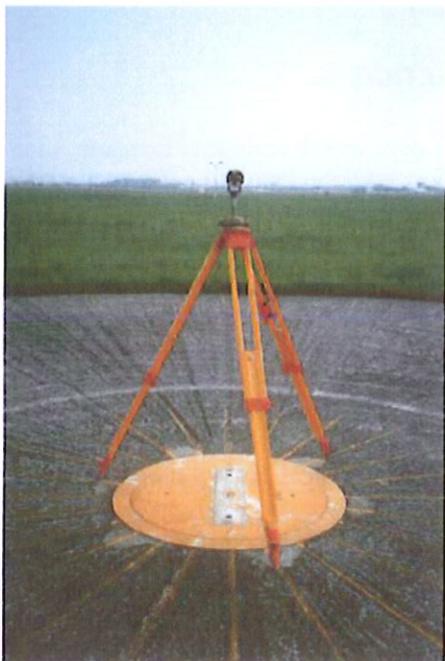


Fig. 2 – Centro della piazzuola, vertice 1000.

Si ritiene quindi che il campo magnetico determinato nella piazzuola risulti normale e, pertanto, nella Fig. 5 si riporta la situazione conclusiva, con il tracciamento della rosa dei venti di 15° in 15°, oltre alle direzioni, in rosso del Nord Magnetico, in blu del Nord Geografico e dell'azimut geografico della mira di riferimento, dedotti dalle misure di posizionamento astronomico descritte nel successivo paragrafo.

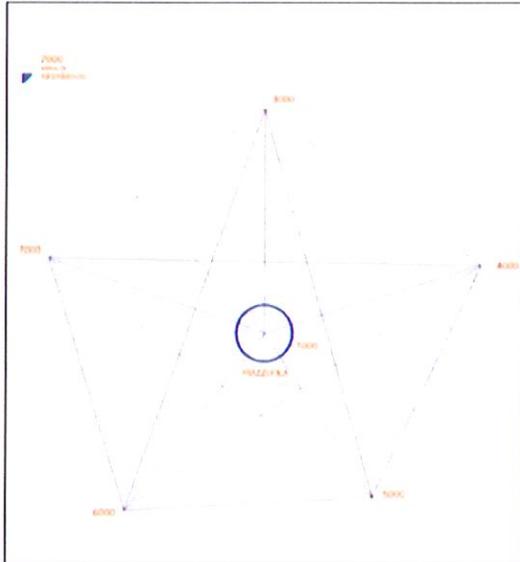


Fig. 3 – Schema rete azimut magnetico.

| Piazzuola Ellicottari | | Tab. 1 | | |
|-----------------------|-------------|------------------|---------------|--------------|
| Strumento Wild T0 | | Azimut Magnetico | | |
| Azimut Reciproco | | Andata (gon) | Ritorno (gon) | Scarto (gon) |
| 1000 | 2000 (mira) | 351,1050 | | |
| 1000 | 3000 | 399,0545 | 199,1050 | 199,9495 |
| 1000 | 4000 | 79,5165 | 279,4840 | 200,0325 |
| 1000 | 5000 | 162,2035 | 362,2030 | 200,0005 |
| 1000 | 6000 | 241,5785 | 41,4960 | 200,0825 |
| 1000 | 7000 | 320,4065 | 121,0320 | 199,3745 |
| 3000 | 4000 | 138,7755 | 338,7225 | 200,0530 |
| 3000 | 5000 | 181,7875 | 381,8350 | 199,9525 |
| 3000 | 6000 | 220,4910 | 20,4620 | 200,0290 |
| 3000 | 7000 | 260,7300 | 61,3325 | 199,3975 |
| 4000 | 5000 | 226,7010 | 26,7085 | 199,9925 |
| 4000 | 6000 | 260,4900 | 60,5330 | 199,9570 |
| 4000 | 7000 | 300,0470 | 100,6445 | 199,4025 |
| 5000 | 6000 | 295,7600 | 95,6640 | 200,0960 |
| 5000 | 7000 | 339,7145 | 140,3055 | 199,4090 |
| 6000 | 7000 | 380,3365 | 181,1295 | 199,2070 |

Tab. 1 – Tabella osservazioni d'azimut magnetico.

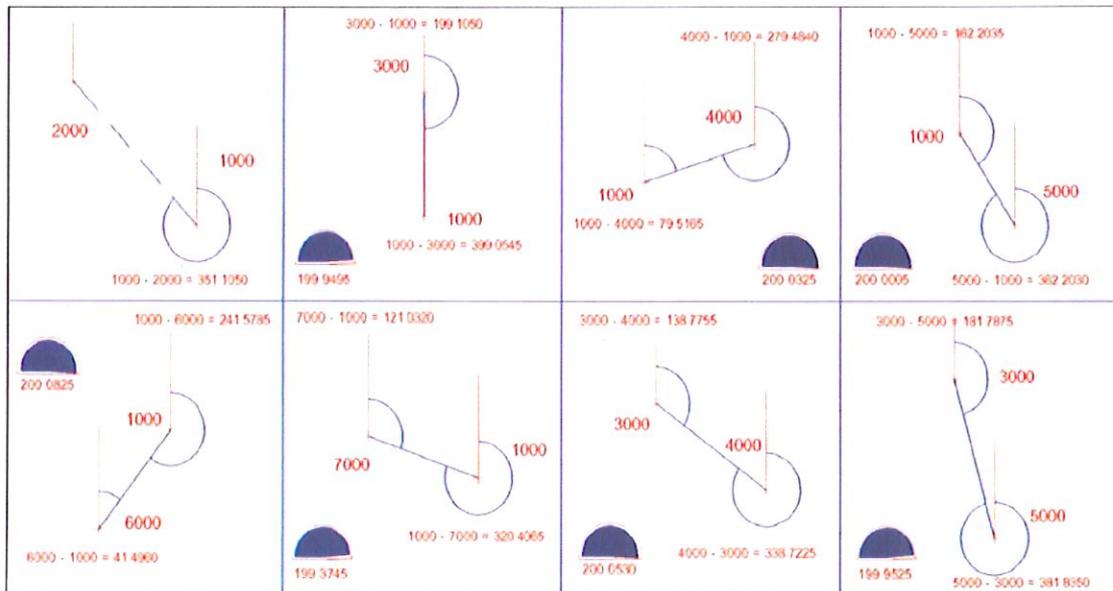


Fig. 4 – Schema dei collegamenti d'azimut reciproci necessari alla verifica del campo magnetico locale.

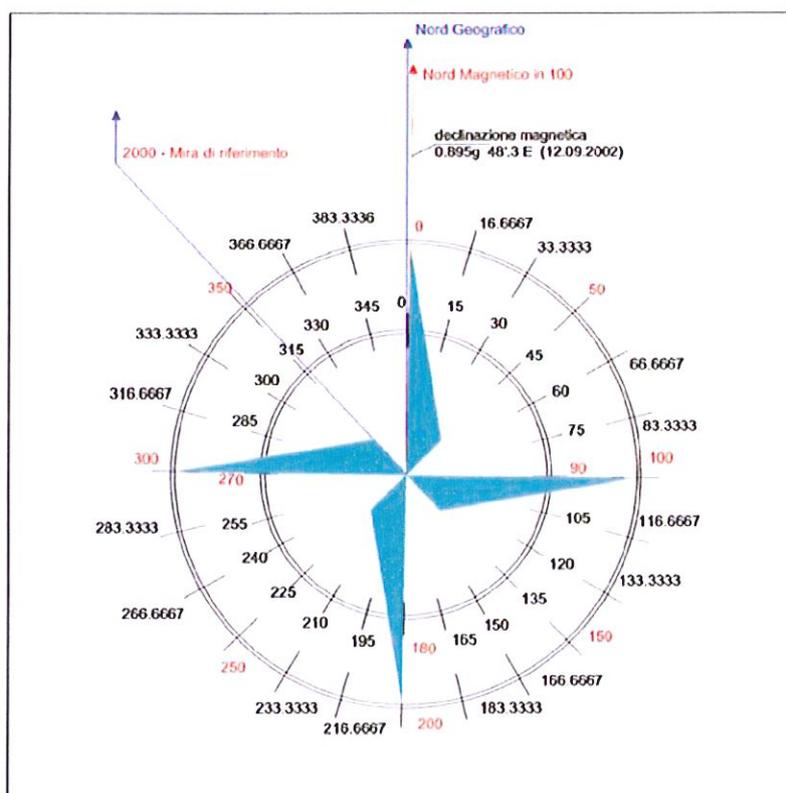


Fig. 5 – Rosa dei Venti magnetica.

1.2 – CARTA MAGNETICA LOCALE

La declinazione magnetica nel punto 1000 centro della piazzuola, dato l'azimut magnetico alla mira 2000 di 351.1050^g e l'azimut astronomico della stessa di 352.00028^g , diventa pertanto:

$$\text{Declinazione magnetica}_{1000} = 352.00028 - 351.1050 = 0.895^g = 0^\circ 48.3' \text{ Est}$$

Per determinare la variabilità del campo magnetico in prossimità della piazzuola di taratura con continuità si interpolano le declinazioni magnetiche determinate in ciascuna stazione generando una superficie 3D di descrizione del campo magnetico tramite isogone magnetiche (*Fig. 6*).

1.3 – CONFRONTO CON LA CARTA MAGNETICA D'ITALIA 2000.0

A titolo di confronto si può dedurre la declinazione magnetica della zona partendo da osservazioni generali e da deduzioni effettuate tramite la Carta Magnetica d'Italia pubblicata dall'IGM con data di riferimento al 2000. In generale si verifica se la zona studiata ricade in zona magnetica normale o in una zona in presenza di anomalia dove la declinazione varia da punto a punto e pertanto si deve rilevare con le misure sperimentali sopra descritte. Nella ricerca la piazzuola ricade in un campo normale in cui si deduce un valore di Declinazione magnetica intorno a $0^\circ 28'$ Est al 2000.0. Dato che le osservazioni sono state effettuate in data 12.9.2002, occorre considerare la componente di variazione secolare.

Sempre per la zona in oggetto la linea di uguale variazione secolare corrisponde a $5'.8$ di declinazione orientale e pertanto quella calcolata risulta di $11'.6$ Est per due anni (2000-2001) oltre a $5'.8$ per

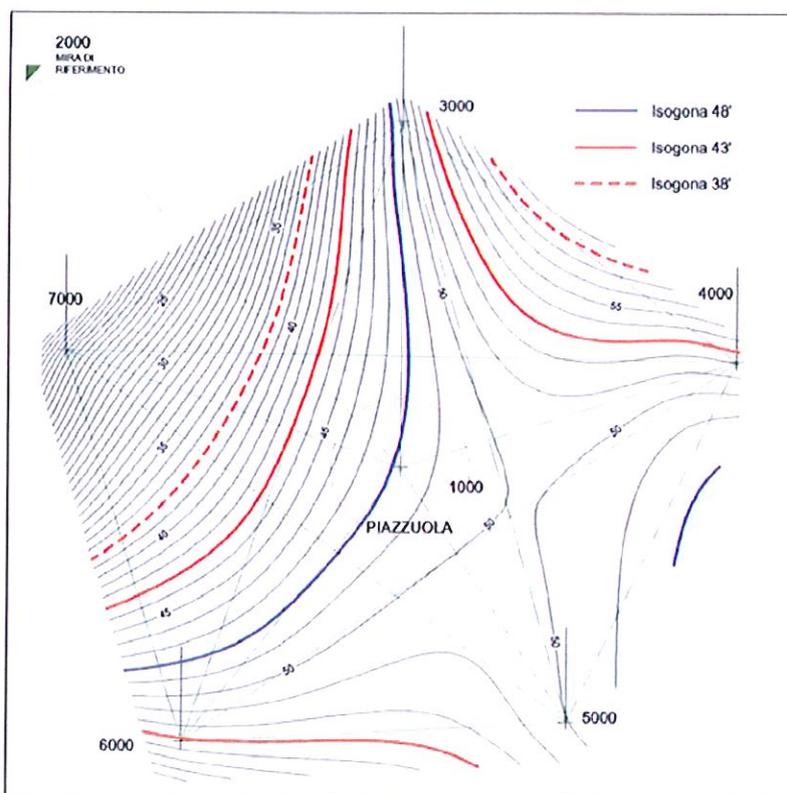


Fig. 6 – Carta magnetica locale. Interpolazione lineare delle isogone riferite al centro della piazzuola: in particolare si vede come nella zona centrale la distanza tra le isogone sia maggiore a dimostrazione di un campo magnetico normale (con una variazione compresa tra $\pm 5'$), mentre avvicinandosi al punto 7000 si trova una maggiore frequenza delle isogone fino ad una riduzione a $18',7$ Est in corrispondenza del punto.

0.7151 anni (dal 1.1.2002 al 12.9.02), corrispondenti a $4',1$ E che aggiunta al valore precedente fornisce un valore al 12.9.2002 di $0^\circ 15',7$ Est della componente secolare della declinazione magnetica.

Sommando a questo valore quella al 2000.0, pari a $0^\circ 28'$ Est si ottiene il valore di

$$\text{Declinazione magnetica } 1000 \text{ Carta Magnetica} = 0^\circ 28' + 0^\circ 15',7 = 0^\circ 43',7 \text{ Est} = 0.809^\circ \text{ Est}$$

Si vede dunque che estrapolando i dati dalla carta risalenti al 2000.0, esiste un buon accordo col dato sperimentale. La differenza, inferiore ai $5'$, fra il valore calcolato dalla carta con le sue incertezze grafiche e il valore misurato, non è significativa, tenuto altresì conto della variabilità diurna della declinazione stessa. In effetti, le misure sperimentali sono state realizzate tra le 10 e le 12 del giorno 12 settembre 2002 con una variazione dell'arco diurno riportata negli schemi della carta IGM pari a $1'$ Est alle ore 10.00 e $-5'$ Ovest alle ore 12.00.

2 – MISURE DI DETERMINAZIONE DEL NORD GEOGRAFICO

La determinazione dell'orientamento al Nord Geografico (NG) si esegue utilizzando un teodolite del primo ordine e un normale cronometro regolato su un segnale orario campione, quale, ad

esempio, quello trasmesso dalla Telecom, facendo una serie di osservazioni alla Stella Polare (*Alfa Ursae Minoris*). È relativamente semplice poi, conoscendo le effemeridi della stessa, calcolare il suo azimut a quel dato istante e quindi riferire le osservazioni azimutali alla direzione meridiana. È solamente conveniente, sia per la semplicità di osservazione, sia di calcoli preventivi e successivi alle osservazioni, riferirsi alla sola Polare e non anche ad altre stelle circumpolari. La motivazione è data dalla possibilità di ottenere precisioni elevate dell'ordine di qualche secondo sessagesimale.

2.1 – DETERMINAZIONE DELLE POSIZIONE DEL PUNTO DI STAZIONE ¹⁾

Utilizzando la stella polare per la determinazione del NG non è necessaria una elevata precisione nella conoscenza del punto di stazione.

Nella fattispecie si è ricorsi ad un rilievo topografico tradizionale appoggiato a quattro vertici trigonometrici IGM, confrontato poi con un rilievo GPS.

2.2 – RILIEVO TOPOGRAFICO TRADIZIONALE

La metodologie di rilevamento topografica realizzata è costituita da una piccola rete locale collegata ai vertici ufficiali visibili dalla stazione 1000 centro della piazzuola. Più precisamente si è realizzato un triangolo avente i vertici coincidenti con i punti 1000, 5000 e 6000 e da questi sono stati collimati quattro vertici trigonometrici denominati vertice 100, 200, 300 e 400 disposti a raggiera intorno alla piazzuola. La strumentazione usata è stata la stazione totale Leica TCA 2003 con i relativi accessori.

Nella *Fig. 7* è visibile la posizione di tutti i punti con il reticolato chilometrico.

La geometria dell'autodeterminazione è quindi una rete planimetrica costituita da un triangolo orientato attraverso una intersezione inversa a quattro vertici di coordinate note.

La rete misurata è stata compensata con programma rigoroso ai minimi quadrati, tenendo fissi i punti 100, 200, 300 e 400 (i trigonometrici) e lasciando liberi gli altri (1000, 5000 e 6000).

Le coordinate del centro della piazzuola risultano pertanto, nel sistema cartografico nazionale Gauss-Boaga, rispettivamente:

| | |
|-----------------------------|---------------------------|
| Coordinate del vertice 1000 | E = 2574717.12 m ± 0.13 m |
| | N = 5058189.57 m ± 0.05 m |

2.3 – RILIEVO TOPOGRAFICO GPS

A titolo di confronto si è determinata la posizione della stazione 1000 effettuando un rilievo GPS in modalità statica della *baseline* formata dal vertice della piazzuola e un vertice appartenente alla rete GPS IGM95. Per il rilievo GPS è stata utilizzata una coppia di ricevitori a doppia frequenza Trimble 4000 con una sessione di misura estesa a 40' in quanto la lunghezza della base è di circa 5.5 km. Utilizzando i parametri associati alla monografia del Vertice IGM si è pervenuti alla posizione del vertice 1000:

| | |
|---------------------------------|---------------------------|
| Coordinate GPS del vertice 1000 | E = 2574717.39 m ± 0.13 m |
| | N = 5058189.49 m ± 0.05 m |

¹⁾ Le applicazioni numeriche successive consistono in una dimostrazione del metodo utilizzato, in cui i dati di posizione reali del lavoro sono stati modificati volontariamente poiché l'area di intervento ricade in una zona militare. Pertanto nel successivo paragrafo 3.1. sono illustrati i dati ottenuti in sede di rilievo, previo filtraggio delle coordinate.

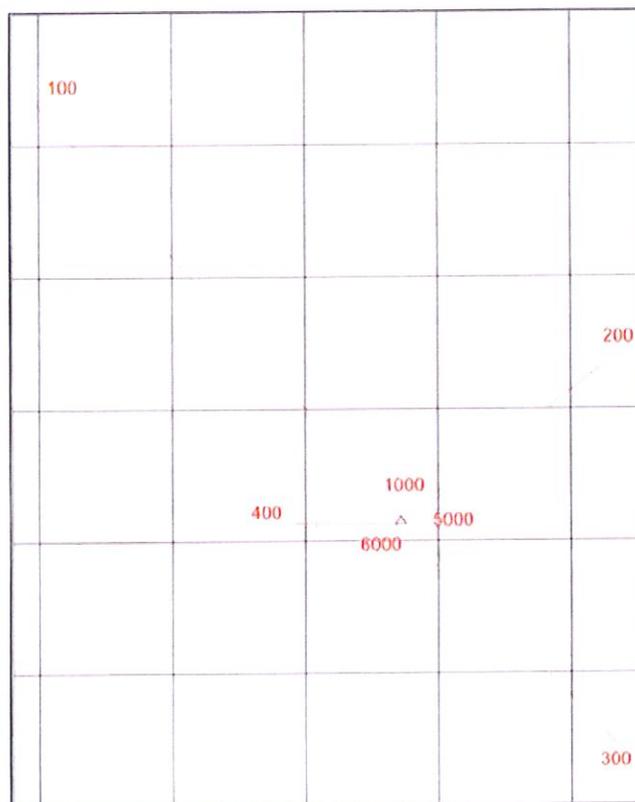


Fig. 7 – Rete di inquadramento topografico.

La differenza di coordinate ($\Delta E = 0.27$ m e $\Delta N = 0.08$ m) desunte tra le due differenti metodologie è da imputare alle incertezze proprie dei vertici trigonometrici e alla interpolazione fornita dai parametri per il cambio di *datum* fra il sistema WGS84 e il sistema Hayford. Tuttavia, vista la precisione richiesta per il calcolo dell'orientamento del NG relativa alla posizione della stazione di ± 1 m, si è deciso di operare con una media alle coordinate.

Pertanto la posizione media del vertice 1000 è definita in:

| | | |
|---------------|---|-------------------------------------|
| Cartografiche | $E = 2574717.25$ m | $N = 5058189.53$ m |
| Geografiche | $\lambda = 3^{\circ} 15' 00''.609$ EMM | $\varphi = 45^{\circ} 40' 27''.266$ |
| | $\lambda = 15^{\circ} 42' 09''.009$ EGr | |

3 – MISURE ALLA STELLA POLARE (*ALFA URSAE MINORIS*) – FK5 N° 907 – PROCEDIMENTO ANALITICO

Per la determinazione dell'orientamento astronomico alla stella Polare occorre considerare il giorno di misurazione, l'ora solare in cui avviene ogni singola osservazione e i dati delle effemeridi della stessa. Nel giorno 18.09.2002 è stato fatto l'orientamento alla Polare utilizzando il teodolite Leica TCA2003 munito di oculare spezzato per la collimazione della stella. Le informazioni relative alle effemeridi della stella sono state estratte dal catalogo stellare FK5²⁾ (pubblicato annualmen-

²⁾ Catalogo FK5 – *Apparent Places of Fundamental Stars*, Heidelberg, Astronomisches Rechen- Institut, dal sito <http://www.ari.uni-heidelberg.de>

te) per il 2002 dal quale si deducono i valori delle effemeridi dell'Ascensione retta e della Declinazione per la Stella Polare, oltre al Tempo Sidereo di Greenwich a 0 ore di Tempo Universale (TU).

Nel caso specifico per la stella 907 si ha:

| | |
|---|--|
| AR (Ascensione Retta) | = 2 ^h 35 ^m 30 ^s ,336 |
| Dec (Declinazione) | = 89° 16' 17",861 |
| TSG - 0 TU (Tempo Sidereo di Greenwich 0 ore di Tempo Universale) | = 23 ^h 46 ^m 58 ^s ,640 |

Occorre inoltre specificare che il territorio italiano si trova a 1h di fuso da Greenwich e che il giorno di misura aveva 1h legale.

La soluzione del triangolo fondamentale di posizione, utilizzando le relazioni che legano angoli e lati, fornisce l'angolo di cui è spostata la Polare rispetto al meridiano del luogo all'istante dell'osservazione. La Fig. 8 mostra questo triangolo nei due casi possibili di stella a Est o a Ovest dell'osservatore, con indicata la traccia del polo nord terrestre sulla sfera celeste (P), la posizione apparente della stella (S), la declinazione della stella (δ), l'azimut (α), la latitudine del luogo di osservazione (φ), l'angolo orario (ρ) e la distanza zenitale della stella (s).

La relazione che lega le quantità in gioco è:

$$[1] \quad \cotg(\alpha) = \frac{\cos(\varphi) \cdot \tg(\delta) - \text{sen}(\varphi) \cdot \cos(\rho)}{\text{sen}(\rho)}$$

dove l'unico elemento da calcolare è l'angolo orario ρ dell'astro per ogni osservazione.

La prassi operativa consiste perciò nel porre in stazione il teodolite, che deve essere del primo ordine, curando in modo particolare la messa in verticale del suo asse primario. Quindi si osserva la Polare e, quando questa taglia il filo verticale del reticolo del cannocchiale in prossimità del suo centro, si prende il tempo e si esegue la lettura sul cerchio orizzontale del teodolite.

Occorre pertanto avere un normale cronometro regolato su un segnale orario campione, quale, ad esempio, quello trasmesso dalla Telecom.

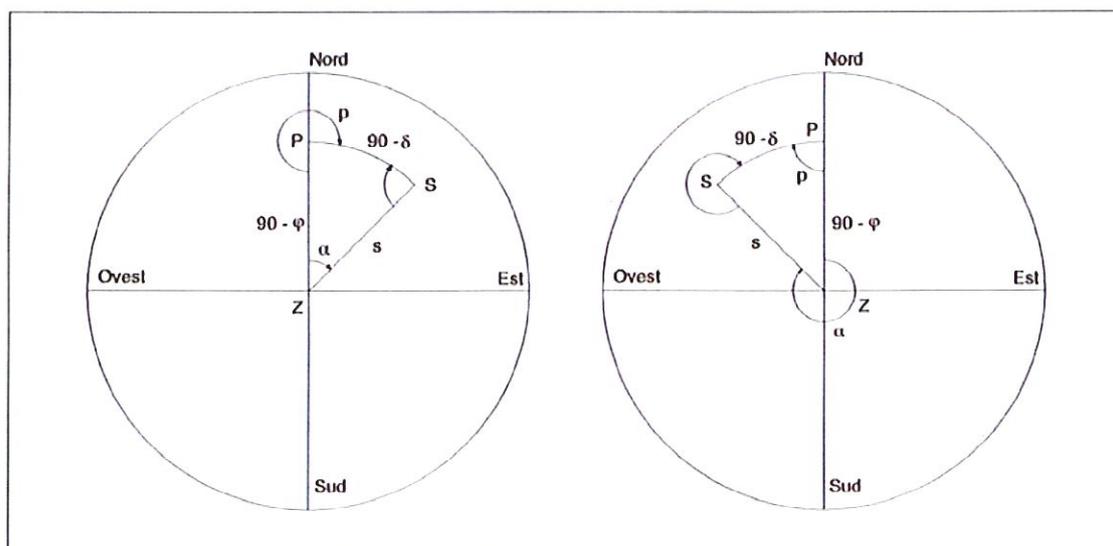


Fig. 8 - Triangolo di posizione.

Dopo la lettura al cerchio si ruota lo strumento nella seconda posizione e si ripete la lettura alla stella e al cerchio prendendo il tempo. La lettura coniugata è fondamentale per annullare gli effetti degli errori strumentali di collimazione e inclinazione dell'asse secondario rilevanti con visuali così inclinate (circa 45° sopra l'orizzonte).

Di seguito si illustra il procedimento usato per il calcolo dell'angolo orario ρ nel caso della prima osservazione angolare alla Polare con le coordinate modificate (cfr. nota 1).

Tempo rilevato: $22^{\text{h}} 40^{\text{m}} 33^{\text{s}}$

Correzione del tempo: -2^{h} (una per il fuso orario e una per l'ora legale)

Tempo rilevato corretto e lettura alla Polare col cerchio in I posizione:

$$t_1 = 20^{\text{h}} 40^{\text{m}} 33^{\text{s}}$$

$$\text{Lett. I } 1.15333 \text{ grad}$$

Si trasforma il tempo in frazione centesimale.

$$t_1 = 20^{\text{h}},67583 \text{ TU}$$

Si corregge il tempo così trovato per la frazione di giorno corrispondente al passaggio dal tempo solare medio al tempo siderale. Si può ricavare da apposite tavole di conversione, oppure dalla relazione:

$$\Theta = \frac{24^{\text{h}}03^{\text{m}}56^{\text{s}}.555}{24^{\text{h}}} \cdot \text{TU}$$

dove al numeratore è il valore del giorno solare medio espresso in unità di giorno siderale.

Il tempo corretto di Θ risulta pertanto: $20^{\text{h}},73244$

Il tempo sidereo di Greenwich TSG a 0 ore di TU vale per il 18.09.2002: $23^{\text{h}} 46^{\text{m}} 58.640^{\text{s}}$ corrispondenti a $23^{\text{h}},782956$.

La longitudine della stazione vale $3^\circ 15' 00''.609$ EMM, mentre la longitudine di MM vale $12^\circ 27' 08''.400$ EGr.

La longitudine del punto 1000 vale perciò $15^\circ 42' 09''.009$ EGr, corrispondenti a $1^{\text{h}} 02^{\text{m}} 48.8600$ EGr, ovvero $1^{\text{h}},0468335$.

La somma del tempo t_1 corretto di Θ , del TSG e della longitudine, fornisce un valore di $45^{\text{h}},5622309$ cui vanno tolte 24^{h} per ottenere il tempo sidereo locale (TSL) di $21^{\text{h}},5622309$.

Togliendo al TSL l'ascensione retta AR $2^{\text{h}} 35^{\text{m}} 30.336^{\text{s}}$ corrispondente a $2^{\text{h}},59176$ desunta dalle tavole per il 18.09.2002, si ottiene l'angolo orario ρ . Nel nostro caso risulta:

$$\rho = 18^{\text{h}},9704709 = 284^\circ.5570629 = 284^\circ 33' 25''.426$$

Applicando la formula [1] si ottiene l'angolo cui è deviata la Polare rispetto al meridiano locale.

$$\alpha = -1.12468^\circ$$

Questo valore risulta quindi, per il tempo t_1 , pari a -1.12468° cui va aggiunto il valore letto nella I posizione del teodolite pari a 1.15333° ottenendo così, per la I determinazione, il valore 0.02865 grad.

4 – DETERMINAZIONE DELLA DIREZIONE MEDIA DEL NORD GEOGRAFICO

Le osservazioni reali condotte nella ricerca e sviluppate partendo dalle coordinate vere della stazione astronomica (cfr. nota 1) forniscono otto osservazioni coniugate in cui la determinazione della direzione viene desunta attraverso il valore medio.

Il valor medio trovato (*Tab. 2*) rappresenta la direzione che occorre leggere sul teodolite per avere la direzione del Nord, ovvero occorre leggere 0,00633 grad, che, tenuto conto della lettura alla mira posta in 2000, di 352.00661 grad, fornisce un azimut orario della mira rispetto al nord geografico di 352.00028 grad. La sensibile differenza fra letture coniugate, come prima detto, è dovuta all'effetto dell'errore di collimazione e di inclinazione. Le medie delle letture coniugate, prive di questi errori, sono in ottimo accordo.

A verifica dell'azimut così calcolato si è risolto il problema del Nord Geografico sul piano cartografico, dove sono note le coordinate Gauss-Boaga di un vertice utilizzato nella rete topografica tradizionale (100), ben visibile dal centro della piazzuola, e le coordinate della stessa (1000).

Osservando lo schema della *Fig. 9* si vede come sia possibile calcolare la direzione della parallela al meridiano centrale del fuso ovest italiano a partire dalle coordinate dei punti 1000 e 100.

Si ha infatti:

$$\alpha = \arctg \left| \frac{E_{1000} - E_{100}}{N_{1000} - N_{100}} \right| = 45.^{\circ}79295$$

| MISURE ALLA POLARE (ALFA URSAE MINORIS) DEL 18.09.2002 | | | | | |
|--|--------------------------|------------------------|------------------------|-------------------|-------------------------|
| Punto Mira 2000 | | | | | Media 352,00661 |
| Polare | Lett. C. Dx 1,15333 | Ora 20.40.33 | Correzione -1,14750 | Azimut 0,00583 | Media |
| | Lett. C. Sx 201,15151 | 20.42.59 | -1,14575 | 200,00575 | 0,00579 |
| | Lett. C. Dx 1,15268 | Ora 20.45.05 | Correzione -1,14414 | Azimut 0,00853 | Media |
| | Lett. C. Sx 201,14810 | 20.47.41 | -1,14201 | 200,00608 | 0,00731 |
| | Lett. C. Dx 1,14645 | Ora 20.49.37 | Correzione -1,14033 | Azimut 0,00611 | Media |
| | Lett. C. Sx 201,14494 | 20.51.08 | -1,13896 | 200,00598 | 0,00605 |
| | Lett. C. Dx 1,14520 | Ora 20.53.08 | Correzione -1,13797 | Azimut 0,00813 | Media |
| | Lett. C. Sx 201,14190 | 20.55.03 | -1,13517 | 200,00672 | 0,00743 |
| | Lett. C. Dx 1,12657 | Ora 21.07.03 | Correzione -1,12148 | Azimut 0,00508 | Media |
| | Lett. C. Sx 201,13116 | 21.05.36 | -1,12330 | 200,00785 | 0,00647 |
| Lett. C. Dx 1,12207 | Ora 21.09.38 | Correzione -1,11813 | Azimut 0,00393 | Media | |
| Lett. C. Sx 201,12655 | 21.08.23 | -1,11977 | 200,00677 | 0,00536 | |
| Lett. C. Dx 1,11930 | Ora 21.12.54 | Correzione -1,11368 | Azimut 0,00561 | Media | |
| Lett. C. Sx 201,12300 | 21.10.26 | -1,11706 | 200,00593 | 0,00578 | |
| Lett. C. Dx 1,11321 | Ora 21.16.17 | Correzione -1,10883 | Azimut 0,00438 | Media | |
| Lett. C. Sx 201,12010 | 21.14.20 | -1,11165 | 200,00844 | 0,00641 | |
| VALORE MEDIO DELLE OSSERVAZIONI | | | | = | 0,00633 gon ± 0,26 mgon |
| AZIMUT 1000 - 2000 | | | | = | 352,00028 gon |
| Valori Angolari espressi in grad centesimali | | | | | |

Tab. 2 – Osservazioni reali alla stella polare.

Si calcola quindi la riduzione angolare alla corda tra la trasformata della geodetica 100–4000 e la corda stessa data da:

$$\varepsilon_{1000/100} = \frac{1}{6\rho \cdot N(0.9996)^2} \cdot (2E_{1000} + E_{100}) \cdot (N_{1000} - N_{100}) \cdot \frac{200}{\pi} = 0.^\text{g}0001$$

Quindi si calcola la convergenza γ del meridiano in 100.

$$\gamma = \lambda \text{sen}\varphi \left(1 + \frac{1}{3} \lambda^2 \cos^2 \varphi \right) = 0.^\text{g}55841$$

Note le letture delle direzioni alla mira (2000) e al vertice IGM (100), tenuto conto dei due valori determinati si trova un azimut della mira pari a 351.9942 grad.

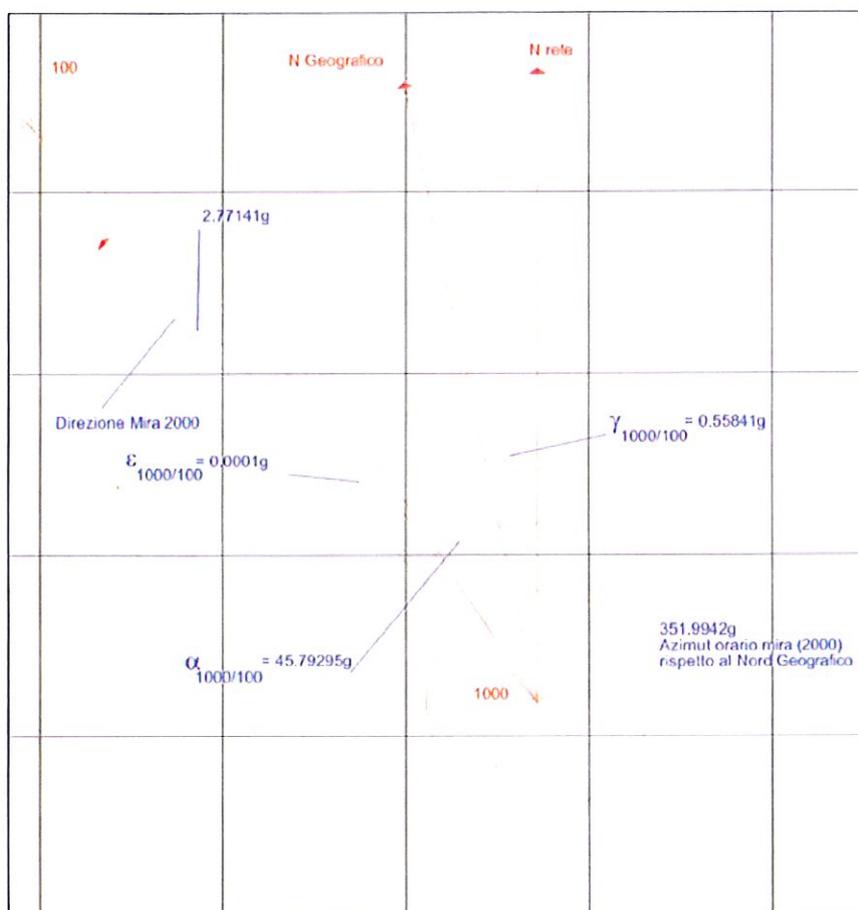


Fig. 9 – Determinazione del Nord Geografico sul piano di Gauss.

La differenza fra il nord geografico e quello determinato dalle coordinate sul piano di Gauss, tenuto conto delle necessarie correzioni, comporta una differenza di 0.0061gons.

Ciò corrisponde ad uno spostamento trasversale, stazione 1000 – punto 100 di 43 cm, che è compatibile con le incertezze proprie di un vertice di ordine TP della «vecchia» rete IGM.

In definitiva l'azimut geografico della direzione 1000–2000 permette, in qualsiasi momento di determinare il Nord geografico, invariante nel tempo, mentre l'azimut magnetico che è invece variabile nel tempo è dato per l'epoca del rilievo e mantenuto per i successivi 2 o 3 anni, con la necessaria ridefinizione allo scadenza di tale periodo.

BIBLIOGRAFIA

AA.VV., *Apparent Places of Fundamental Stars*, Astronomisches Rechen-Institut, Heidelberg, 1996.

MONTI C., PINTO L., *Trattamento dei dati topografici e cartografici*, Clup, Milano, 1997.

ZAGAR F., *Lezioni di Astronomia Sferica e Teorica*, Cedam, Padova, 1941.