

A. DI GERLANDO - I. VISTOLI

UNE METHODE SYNTHETIQUE POUR LA MODELISATION DES
MOTEURS PAS A PAS HYBRIDES DANS LE BUT DU PROJET

7EME COLLOQUE INTERNATIONAL SUR LES MOTEURS PAS A PAS
ACTONNEURS ELECTRIQUES POUR LE POSITIONNEMENT INCREMENTAL
ET L'ENTRAINEMENT A VITESSE VARIABLE

NANCY, 1-3 LUGLIO 1992

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE
7ème COLLOQUE INTERNATIONAL SUR LES MOTEURS PAS A PAS

**ACTIONNEURS ELECTRIQUES POUR LE
POSITIONNEMENT INCREMENTAL ET
L'ENTRAINEMENT A VITESSE VARIABLE**

Mercredi 1er, Jeudi 2 et Vendredi 3 Juillet 1992

PALAIS DES CONGRES - NANCY

organisé par

**L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ELECTRICITE ET DE
MECANIQUE DE NANCY (E.N.S.E.M.)**

avec la participation de

L'ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE

patronné par

S.E.E. (France) - A.S.E. (Suisse)

COMITE D'ORGANISATION

**MM. ABIGNOLI, DAVAT, HUSSON Professeurs à l'E.N.S.E.M.
M. YVROUD, Directeur de Recherche C.N.R.S.
M. JUFER, Professeur à l'E.P.F.L.**

**E.N.S.E.M. - 2, Avenue de la Forêt de Haye
54516 VANDOEUVRE LES NANCY CEDEX
Tél (83.59.59.59)**

UNE METHODE SYNTHETIQUE POUR LA MODELISATION DES MOTEURS PAS A PAS HYBRIDES DANS LE BUT DU PROJET

A. Di Gerlando, I. Vistoli

Dipartimento di Elettrotecnica, Politecnico di Milano
Piazza Leonardo da Vinci, 32 - 20133 Milano, Italia

Résumé

Le présent ouvrage décrit une méthode de type énergétique pour l'évaluation en synthèse du couple de maintien: son utilisation se révèle fort utile dans la phase de conception du moteur, car la méthode permet le calcul des composantes harmoniques du couple avec une bonne précision et un volume limité d'élaborations.

Abstract

This paper describes an energetic method for the synthetic evaluation of the holding torque: the method represents a valid aid during the design of the motor, because it allows the determination of the harmonic components of the torque with a good precision and a limited amount of calculations.

1 - INTRODUCTION

Dans le présent ouvrage, on décrit l'utilisation, en vue du projet, d'une méthode synthétique, dite "de la variation d'énergie": elle est fondée sur la loi du bilan énergétique, appliquée à une rotation finie, sous une intensité de courant constante et en tenant compte de la saturation magnétique.

En utilisant cette méthode, la structure du moteur et la valeur du courant d'alimentation étant définies, il est possible de calculer de manière directe les composantes harmoniques du couple de maintien: étant donné que ce dernier est un indice révélateur des performances du moteur, la méthode se présente intéressante dans le cadre du projet.

Ensuite, après la description des bases de la méthode, on discute, en particulier, la procédure pour son application: on analyse les propriétés de symétrie du moteur et, successivement, la structure des équations pour le calcul des amplitudes des composantes harmoniques du couple.

2 - FORMULATION DE LA METHODE DE LA VARIATION D'ENERGIE

La méthode de la variation d'énergie, de validité générale, sera décrite en se référant à un moteur biphasé de type hybride, muni d'un aimant perma-

nent axial ainsi que d'un stator avec 8 épanouissements polaires munis d'enroulements: l'équation classique pour le bilan énergétique est la suivante:

$$T \cdot d\theta = i_1 \cdot d\Psi_1 + i_2 \cdot d\Psi_2 - dW_{\text{mag}} ; \quad (1)$$

dans (1), T est le couple à l'entrefer, fonction des courants et de la position θ du rotor; Ψ_h ($h=1,2$) est le flux total enchaîné par l'enroulement de la phase h ; cet enroulement est constitué par 4 bobines, comportant N spires chacune; W_{mag} est l'énergie magnétique totale.

A partir de (1) suit la expression de la valeur instantanée du couple:

$$T(\theta) = - \left(\frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \theta} \right)_{\Psi_1, \Psi_2 = \text{const}} \quad (2)$$

La méthode de la variation d'énergie, vice-versa, se base sur l'intégration de (1) [1]: cette intégration, effectuée à courants constants entre les bornes inférieure (θ_i) et supérieure (θ_f) d'un convenable intervalle de rotation finie du rotor, porte, pour le travail W du couple $T(\theta)$, à l'expression suivante:

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} T(\theta) \cdot d\theta = \sum_{k=1}^8 N \cdot i_{bk} \cdot \int_{\Phi_k(\theta_i)}^{\Phi_k(\theta_f)} d\Phi_k - \int_{\theta_i}^{\theta_f} dW_{\text{mag}} \quad (3)$$

Dans (3), les i_{bk} ($k = 1, \dots, 8$), courants dans les 8 bobines enroulées, ont, en réalité, seulement deux valeurs distinctes:

- $i_{bk} = i_1$ pour les bobines impaires ($k=1,3,5,7$): enroulement de phase 1;
- $i_{bk} = i_2$ pour les bobines paires ($k=2,4,6,8$): enroulement de phase 2.

La (3) est pleinement valable même dans des conditions de saturation.

L'énergie W_{mag} peut être explicitée dans la manière suivante:

$$W_{\text{mag}} = W_{\text{mv}} + W_{\text{mfl}} + W_{\text{mfs}} + W_{\text{mfm}} , \quad \text{où:} \quad (4)$$

- W_{mv} est l'énergie dans les réluctances à l'entrefer $R_{\delta k}(\theta)$:

$$W_{\text{mv}} = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{2} \cdot R_{\delta k}(\theta) \cdot \Phi_{\delta k}^2 ; \quad (5)$$

ces réluctances sont linéaires et à géométrie variable;

- W_{mfl} est l'énergie dans les réluctances longitudinales (dus aux flux de fuite ainsi qu'à la lamination), linéaires à géométrie fixe:

$$W_{\text{mfl}} = \sum_j \frac{1}{2} \cdot R_{\ell j} \cdot \Phi_j^2 ; \quad (6)$$

- W_{mfm} est l'énergie de l'aimant, qui est également à géométrie fixe:

$$W_{\text{mfm}} = \frac{1}{2} \cdot R_m \cdot \Phi_m^2 - F_m \cdot \Phi_m , \quad (7)$$

- où F_m est la force magnéto-motrice et R_m la réluctance de l'aimant;
- W_{mfs} est l'énergie dans les parties saturables à géométrie fixe:

$$W_{mfs} = \int_{Vol} H \cdot dB \, dV \quad (8)$$

Donc, le travail W du couple de maintien $T(\theta)$ accompli au cours de la rotation finie $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ vaut:

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} T(\theta) \cdot d\theta = \sum_1^8 F_k \cdot \left[\Phi_k(\theta) \right]_{\theta_i}^{\theta_f} + F_m \cdot \left[\Phi_m(\theta) \right]_{\theta_i}^{\theta_f} - \left[\frac{1}{2} \cdot R_m \cdot \Phi_m^2 \right]_{\theta_i}^{\theta_f} +$$

$$- \left[\sum_1^8 \frac{1}{2} \cdot R_{\delta k}(\theta) \cdot \Phi_{\delta k}^2 + \sum_j \frac{1}{2} \cdot R_{\ell j} \cdot \Phi_j^2 + \int_{Vol} H \cdot dB \, dV \right]_{\theta_i}^{\theta_f} \quad (9)$$

La (9) met en évidence que le calcul du travail W se ramène à celui des flux du circuit magnétique et de l'énergie des parties saturées, évalués uniquement en rapport avec les positions extrêmes de rotation.

Jusqu'ici on a fait l'hypothèse général que les deux phases soient alimentée: naturellement, la (9) est valable même quand il y a une seule phase alimentée, ou en tenant compte seulement de l'effet de l'aimant.

3 - LES SYMETRIES DU MOTEUR ET LE DEVELOPPEMENT EN SERIE DE FOURIER DE $T(\theta)$

Considérons, pour l'instant, qu'une phase seulement soit alimentée; le couple $T(\theta)$ est une fonction périodique de période $4 \cdot \theta_p$ (θ_p = angle de pas) de même que la réluctance à l'entrefer pour chacun des épanouissements. En se référant à chacune des deux coupelles du rotor on assume ce qui suit:

- on marque de l'indice 1 un des deux épanouissements du stator dont les dents, en situation d'équilibre statique, se présentent alignées avec les dents du rotor;
- on mesure l'angle θ de rotation du rotor à partir de la situation d'alignement susmentionnée;
- on numérote avec ordre (de 2 à 8) les autres épanouissements du stator, dans le même sens d'accroissement que l'angle θ .

Pour des rotations égales et opposées ($\pm\theta$) les réluctances à l'entrefer acquièrent les mêmes valeurs; plus précisément, l'on a:

$$R_{\delta(1)}(+\theta) = R_{\delta(1)}(-\theta) \quad , \quad R_{\delta(8-k)}(+\theta) = R_{\delta(2+k)}(-\theta) \quad , \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (10)$$

Par (10), on peut déduire que l'égalité des réluctances à l'entrefer pour des rotations égales et opposées ne se vérifie pas, en général, pour les mêmes épanouissements, mais pour ceux qui sont placés en position spéculaire par rapport à l'axe diamétral passant par les épanouissements 1 et 5. On peut illustrer cette propriété à travers les opérations suivantes:

- a) à partir de la condition $\theta = 0$ et en observant la coupelle du rotor le long de la direction Nord→Sud, opérer une rotation de valeur $+\theta$;
- b) toujours dans les mêmes conditions du cas a), opérer une rotation $-\theta$, égale et opposée à la précédente;
- c) si, dans la situation de rotation b), on analyse la configuration des dents à l'entrefer en regardant la coupelle le long de la direction Sud→Nord, on reconnaît la même séquence de positions relatives que l'on peut observer dans la situation du cas a): ainsi, même les valeurs des réluctances à l'entrefer sont égales, selon les relations (10), à condition que l'on échange spéculairement les noms des épanouissements.

Des (10), on déduit qu'une fois fixées les courants dans les enroulements, tous les flux dans la machine et toutes les énergies emmagasinées acquièrent également, pour des rotations de $+\theta$ et $-\theta$, les mêmes valeurs, quoiqu'avec une distribution qui est spéculaire dans un cas par rapport à l'autre. En particulier, pour les flux à l'entrefer, on peut écrire:

$$\Phi_{\delta(1)}(+\theta) = \Phi_{\delta(1)}(-\theta) \quad , \quad \Phi_{\delta(8-k)}(+\theta) = \Phi_{\delta(2+k)}(-\theta) \quad , \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (11)$$

L'introduction des (10) et (11) dans la (5) porte à l'expression suivante:

$$W_{mv}(+\theta) = W_{mv}(-\theta) ; \quad (12)$$

ainsi, l'énergie magnétique dans les réluctances d'entrefer est une fonction paire de la position du rotor, mesurée par rapport à une position d'équilibre (en fait, on reconnaît facilement que cette propriété est valable pour l'énergie magnétique totale W_{mag}).

En observant que la dérivée d'une fonction paire est une fonction impaire, en appliquant la relation (2), et en considérant les (4), (8), on obtient:

$$T(+\theta) = - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(W_{mv}(+\theta) \right)_{\Psi_h = \text{const}} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(W_{mv}(-\theta) \right)_{\Psi_h = \text{const}} = -T(-\theta) \quad (13)$$

Ainsi, le couple de maintien avec une phase alimentée est une fonction périodique impaire, dont la série de Fourier comprend uniquement des sinus:

$$T(\theta) = - \sum_{n=1}^{\infty} T_{Mn} \cdot \sin \left(n \cdot \frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_p} \right) \quad (14)$$

En passant au cas où les deux phases à la fois sont alimentées, on peut

répéter un calcul semblable au précédent, car le $T(\theta)$ est encore une fonction périodique de période $4 \cdot \theta_p$, à condition de placer la nouvelle origine des angles dans la position angulaire: $\theta - (1/2) \cdot \theta_p$: en effet, par rapport à cette position (qui, avec deux enroulements alimentés, est d'équilibre stable), sont encore valables les propriétés de symétrie de construction concernant les positions réciproques "dents stator-dents rotor". Donc, les (10)+(14) restent valables, pourvu d'y introduire la nouvelle référence.

4 - LE CALCUL DES COMPOSANTES HARMONIQUES DU COUPLE DE MAINTIEN

En introduisant la relation (14) dans l'intégrale de définition du travail du couple, on obtient:

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} T(\theta) \cdot d\theta = \sum_1^{\infty} T_{Mn} \cdot \frac{2 \cdot \theta_p}{\pi \cdot n} \cdot \left[\cos \left(\frac{n \cdot \pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_p} \right) \right]_{\theta_i}^{\theta_f} = \sum_1^{\infty} W_n \quad (15)$$

Pour une certaine valeur de courant, le calcul de l'infinie n composantes harmoniques du couple peut en principe être effectué par la résolution d'un système d'un nombre infini d'équations du type (15), associées à de différents couples de positions θ_i et θ_f : il s'agit là d'un système d'équations algébriques linéaires. On posera:

$$\Delta\theta_{\nu n} = \frac{2 \cdot \theta_p}{n \cdot \pi} \cdot \left\{ \cos \left[\frac{n \cdot \pi \cdot \theta_{fv}}{2 \cdot \theta_p} \right] - \cos \left[\frac{n \cdot \pi \cdot \theta_{iv}}{2 \cdot \theta_p} \right] \right\}, \quad \text{où:} \quad (16)$$

- ν indique la ν -ème rotation finie considérée,

- n représente l'ordre générique d'harmonicité du couple harmonique;

les équations du type (15) peuvent dans ce cas-ci être réécrites comme suit:

$$\sum_1^{\infty} T_{Mn} \cdot \Delta\theta_{\nu n} = \sum_1^{\infty} W_{\nu n} = W_{\nu} \quad ; \quad (17)$$

théoriquement on devra écrire ν équations du type (17) (avec $\nu = 1, 2, \dots, \infty$) correspondant à autant de rotations finies ($\theta_{fv} - \theta_{iv}$). Les relations (17) en forme matricielle acquièrent la structure suivante:

$$[\Delta\theta] \cdot [T] = [W] \quad (18)$$

La matrice $[\Delta\theta]$, en tant que fonction des rotations finies considérées, peut être désignée comme matrice de rotation.

La résolution de l'équation (18) exige, bien entendu, que la matrice $[\Delta\theta]$ soit carrée: donc le nombre de composantes harmoniques du couple doit être égal au nombre de rotations finies. Moyennant l'inversion de la matrice de

rotation, on parvient ensuite à la détermination des amplitudes des composantes harmoniques du couple de maintien correspondant aux valeurs de courant considérées: puis, en utilisant la relation (14), on peut déterminer la forme d'onde du susdit couple, et en particulier sa valeur maxima. C'est en effet à cette dernière que l'on se réfère habituellement quand on déclare la valeur du couple de maintien d'un moteur.

Evidemment, la résolution effective du système (18) demande que l'on se borne au nombre d'harmoniques à considérer: il s'agit donc de considérer l'ordre d'harmonicité maximum ($n_{\max} = \nu_{\max}$), de sorte que la solution soit numériquement stable et approximée de manière convenable. Ce choix doit permettre le calcul des harmoniques d'ordre inférieur (qui sont les plus significatives) et limiter l'erreur de la interruption de la série.

A ce propos, on peut observer ce qui suit:

- l'amplitude des harmoniques du couple T_{Mn} diminue, généralement, au fur et à mesure qu'augmente l'ordre d'harmonicité n ;
- en observant les (16) et (17), on reconnaît que le travail de chaque harmonique du couple ($W_{\nu n}$) décroît rapidement avec l'ordre d'harmonicité (les deux facteurs du susdit travail, T_{Mn} et $\Delta\theta_{\nu n}$, diminuent quand n augmente): ce travail est donc négligeable au-delà d'une convenable $n_{\max}$.

Pour le choix des positions θ_{iv} et θ_{fv} , qui définit la structure de la matrice de rotation $[\Delta\theta]$, on retiendra les observations suivantes:

- il est important de s'assurer que les positions choisies donnent lieu à un système (18) d'équations linéairement indépendantes;
- une fois que l'on a décidé le nombre d'harmoniques à calculer, et par conséquent l'ordre de la matrice $\nu_{\max}$, le nombre de positions θ_{iv} et θ_{fv} n'est pas, à priori, déterminé de manière rigide; ce nombre peut être:
 - égal à $2 \cdot \nu_{\max}$, si toutes les positions sont distinctes entre elles;
 - inférieur à $2 \cdot \nu_{\max}$, au cas où parmi les positions choisies, il y en a de communes à des rotations différentes; la valeur minima du nombre de positions est égal à $(\nu_{\max} + 1)$, à condition que l'on choisisse une même position initiale (ou finale) pour toutes les rotations finies;
- le choix du nombre de positions extrêmes des intervalles de rotation influe sur le volume des calculs à effectuer;
- l'ensemble des observations précédentes porte à reconnaître que la matrice de rotation $[\Delta\theta]$ est, en général, de type non symétrique, c'est à dire, en se référant à la relation (16), on a:

$$\Delta\theta_{hk} \neq \Delta\theta_{kh} \quad (19)$$

5 - FIABILITE DE LA METHODE DE LA VARIATION D'ENERGIE

Comme test pour vérifier la fiabilité de la méthode de la variation d'énergie, on a calculé le couple de maintien d'un moteur pas à pas hybride biphasé, dont les données principales sont reportées à la Table 1.

Table 1 - Données principales du moteur analysé

Désignation du moteur	MAE HY 200 2220 100 N8
pas par tour	200
courant nominal	1 A
nombre de spires d'une bobine	67
matériel de l'aimant	ALNICO
induction rémanente (B_r)	1.28 T
champ coercitif (H_c)	57300 A/m
intersections ligne de retour de l'aimant: ..	$B_o \approx 0.98$ T; $H_o \approx 612500$ A/m
dimensions de l'aimant	$l_m = 10$ mm; $D_{ext} = 23.6$ mm
longueur du stator/ diamètre interne	$l_s = 26.4$ mm; $D_{is} = 30$ mm
tôle employée	TERNI 1550
nombre de dents: épanouissement stator/rotor	5 / 50
largeur de la dent statorique à l'entrefer	0.898 mm
largeur de la dent rotorique à l'entrefer	0.763 mm
entrefer	0.065 mm

La Table 2 présente les valeurs calculées et expérimentales du couple de maintien, respectivement pour une et pour deux phases alimentées.

Table 2 - Couple de maintien du moteur de Table 1

N·I [A]	20	40	60	67	80	100	120	140	160	180	200
$T_{1 \text{ ph calc}}$ [Ncm]	12.6	24.6	35.7	39.0	44.1	48.9	51.0	51.4	51.5	52.0	53.2
$T_{1 \text{ ph mes}}$ [Ncm]	14.0	25.0	34.5	37.5	42.5	48.5	52.0	55.5	58.0	59.5	60.5
$T_{2 \text{ ph calc}}$ [Ncm]	18.3	35.1	49.3	53.5	60.1	67.8	73.2	77.4	80.8	83.7	86.2
$T_{2 \text{ ph mes}}$ [Ncm]	20.0	35.5	50.0	54.5	62.5	72.5	80.5	86.0	90.5	93.5	95.5

Il existe une assez bonne correspondance entre les valeurs calculées et expérimentales: les écarts augmentent pour des valeurs de f.m.m. de beaucoup inférieures ou supérieures à la valeur nominale, égale à 67 A.

Pour de hautes f.m.m. (plus de 1,5+2 fois la valeur nominale) on constate une sous-évaluation des valeurs de couple, due aux raisons suivantes:

- on ne considère pas l'apport des harmoniques de couple d'ordre supérieur;
- quand la f.m.m. augmente, l'accroissement de la saturation rend critique l'évaluation correcte des réluctances saturées, des dents en particulier;
- le calcul des réluctances à l'entrefer (effectué ici par une méthode

analytique approximée) se révèle de plus en plus imprécis augmentant la saturation des dents: dans cette situation, en effet, l'hypothèse de base que les surfaces dentées soient équipotentielles se trouve affaiblie.

6 - CONCLUSIONS

Par le présent ouvrage, on a illustré une méthode synthétique de type énergétique, destinée à être utilisée dans le projet du moteur pas à pas hybride biphasé. Moyennant cette méthode, dite de la variation d'énergie et fondée sur le calcul des travaux de rotation, il est possible de déterminer, avec une assez bonne fiabilité, les apports harmoniques au couple de maintien: la connaissance de ce couple permet, dans la phase de conception, une bonne évaluation des caractéristiques du moteur.

Les qualités de synthèse de la méthode de la variation d'énergie se prêtent bien à la détermination des meilleures conditions paramétriques du projet; en effet cette méthode:

- permet une détermination du couple rapide et fiable, jusqu'à et au-delà de la valeur nominale du courant;
- permet le calcul des composantes du couple en étudiant le circuit magnétique en correspondance d'un nombre réduit de positions angulaires: cette particularité la rend particulièrement apte à être associée à des algorithmes plus sophistiqués appliqués à l'étude de la structure magnétique, comme la méthode des éléments finis.

Ces études se poursuivront, en particulier sur l'analyse des critères relatifs au choix du nombre et de l'emplacement des positions extrêmes des rotations, et pour ce qui a trait au perfectionnement du modèle du moteur.

REFERENCES

- [1] A. Di Gerlando, E. Ecclesia: "Calculation of the static Characteristic of a hybrid stepping Motor by means of an energetic Method"; Proc. of ICEM88, 12-14 Sept. 1988, part III, pp. 141-147.
- [2] M. Jufer: "Modélisation des moteurs pas à pas hybrides en vue de l'analyse de la sensibilité aux défauts de fabrication"; Quatrièmes journées d'études sur les moteurs pas à pas; Positionnement incremental par entraînement électrique, Lausanne, juin 1986, pp. 163-178.

